

## สารบัญ

|   | หน้า |
|---|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย   | ก    |
| กิตติกรรมประกาศ   | ข    |
| สารบัญภาพ   | ค    |
| คำอธิบายสัญลักษณ์   | ง    |
| <b>บทที่ 1 บทนำ</b>   | 1    |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา                                | 1    |
| 1.2 วัตถุประสงค์  | 2    |
| 1.3 ขอบเขตของโครงการ  | 2    |
| 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ                                     | 2    |
| <b>บทที่ 2 ทบทวนวรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง</b>              | 3    |
| 2.1 บทนำ  | 3    |
| 2.2 หลักการของวิธีกริดหลายระดับ                                   | 3    |
| 2.3 การประยุกต์การกริดหลายระดับ (Multigrid method) กับปัญหาการไหล | 3    |
| 2.4 ปัญหาการทดสอบมาตรฐาน  | 4    |
| <b>บทที่ 3 การแก้ปัญหาการแพร่</b>                                 | 6    |
| 3.1 บทนำ  | 6    |
| 3.2 การแก้สมการการแพร่ของของไหลใน 1 มิติ                          | 6    |
| 3.3 ขั้นตอนการแก้สมการการแพร่                                     | 7    |
| 3.4 ตัวอย่างการใช้งาน: One-dimensional steady state diffusion     | 9    |

## สารบัญ (ต่อ)

|   | หน้า |
|---|------|
| <b>บทที่ 4 การแก้ปัญหาการแพร่และการพา</b>                           | 15   |
| 4.1 บทนำ  | 15   |
| 4.2 การไหลแบบการแพร่และการพาแบบคงตัวใน 1 มิติ                       | 15   |
| 4.3 วิธีผลต่างกลาง  | 16   |
| 4.4 วิธีผลต่างต้นกระแส  | 18   |
| 4.5 The hybrid differencing scheme                                  | 19   |
| <b>บทที่ 5 การคำนวณความดันและความเร็วที่เชื่อมต่อการไหลแบบคงที่</b> | 20   |
| 5.1 บทนำ  | 20   |
| 5.2 กริดเหลี่ยม (Staggered grid)                                    | 20   |
| 5.3 เทอมความดัน   | 22   |
| 5.4 ซอสเทอม   | 23   |
| 5.5 สมการโมเมนตัม   | 23   |
| 5.6 การหาผลเฉลยของระบบสมการ   | 26   |
| <b>บทที่ 6 กระบวนวิธีกริดหลายระดับ</b>                              | 28   |
| 6.1 บทนำ  | 28   |
| 6.2 การวิเคราะห์ค่าคลาดเคลื่อน                                      | 28   |
| 6.3 หลักการพื้นฐานของวิธีกริดหลายระดับ                              | 34   |
| 6.3.1 วิธีกริดแก้ไข   | 37   |
| 6.3.2 วิธี FAS  | 40   |
| 6.4 วัฏจักรของกริดหลายระดับ   | 42   |
| 6.4.1 วัฏจักรวี   | 43   |
| 6.4.2 วัฏจักรดับเบิลยู  | 44   |
| 6.4.3 วัฏจักรเอฟ  | 45   |
| 6.4.4 กริดหลายระดับเต็มรูปแบบ                                       | 45   |
| 6.4.5 กริดหลายระดับเต็มรูปแบบ – วัฏจักรวี                           | 47   |

|  |    |
|--|----|
| 6.5 การประยุกต์วิธีกริดหลายระดับเข้ากับการหาผลเฉลย               | 49 |
| 6.5.1 กระบวนการหาผลเฉลย  | 49 |
| 6.5.2 การส่งถ่ายผลเฉลย   | 52 |
| 6.5.3 เงื่อนไขการลู่เข้า   | 55 |
| <b>บทที่ 7 สรุปผลการประยุกต์ใช้โปรแกรมปัญหาการไหลแบบต่าง ๆ</b>   | 57 |
| 7.1 บทนำ   | 57 |
| 7.2 ปัญหาการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน                                | 57 |
| 7.2.1 ลักษณะของปัญหาและการทดสอบ                                  | 57 |
| 7.2.2 การประเมินความแม่นยำในการคำนวณ                             | 59 |
| 7.2.3 การประเมินความเร็วในการคำนวณ                               | 62 |
| 7.3 ปัญหาการไหลหมุนวนภายในช่องสี่เหลี่ยมที่ระนาบด้านบนเคลื่อนที่ | 63 |
| 7.3.1 ลักษณะของปัญหาและการคำนวณ                                  | 63 |
| 7.3.2 การประเมินความแม่นยำในการคำนวณ                             | 64 |
| 7.3.3 การประเมินความเร็วในการคำนวณ                               | 67 |
| 7.4 ปัญหาการไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยมที่มีหน้าตัดขยายออกโดยทันที     | 69 |
| 7.4.1 ลักษณะของปัญหาและการคำนวณ                                  | 69 |
| 7.4.2 การประเมินความแม่นยำในการคำนวณ                             | 70 |
| 7.4.3 การประเมินความเร็วในการคำนวณ                               | 72 |
| <br>   |    |
| <b>บทที่ 8 สรุปและข้อเสนอแนะ</b>                                 | 74 |
| 8.1 บทสรุป   | 74 |
| 8.2 ปัญหาที่พบในขณะทำงานและข้อเสนอแนะ                            | 75 |
| 8.3 ข้อเสนอแนะสำหรับโครงการนี้ในอนาคต                            | 76 |
| <b>เอกสารอ้างอิง</b>   |    |
| <b>ภาคผนวก</b>   |    |

## สารบัญญภาพ

|  | หน้า |
|--|------|
| รูปที่ 2.1 การไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน  | 5    |
| รูปที่ 2.2 การไหลในช่องสี่เหลี่ยม  | 5    |
| รูปที่ 2.3 การไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยมที่มีพื้นที่หน้าตัดขยายตัวออกทันที              | 5    |
| รูปที่ 3.1 แสดงการแบ่งกริด   | 7    |
| รูปที่ 3.2 แสดงขอบเขตของเซลล์  | 7    |
| รูปที่ 3.3 แสดงวัสดุส่งถ่ายความร้อน  | 9    |
| รูปที่ 3.4 แสดงการแบ่งกริดของอุปกรณ์ส่งถ่ายความร้อน                                | 9    |
| รูปที่ 3.5 กราฟเปรียบเทียบผลเฉลยจากวิธีแมนตรงกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลข              | 13   |
| รูปที่ 3.6 ผลเฉลยจากการรันโปรแกรมที่สร้างขึ้น                                      | 13   |
| รูปที่ 4.1 แสดงปริมาตรควบคุม ใน 1 มิติ   | 15   |
| รูปที่ 4.2 รายละเอียดของกริดแบบ Node-centered แบบ 2 มิติ                           | 16   |
| รูปที่ 4.3 การกระจายคุณสมบัติ $\phi$ ที่ค่าเพศี่ต่างๆ                              | 18   |
| รูปที่ 5.1 แสดงความดันที่ใช้ตรวจสอบกริดเหลี่ยม                                     | 21   |
| รูปที่ 5.2 แสดงกริดเหลี่ยมใน 2 มิติ  | 22   |
| รูปที่ 5.3 การพิจารณาสมการ โมเมนตัมที่เซลล์ความเร็ว                                | 24   |
| รูปที่ 5.4 พิจารณาสมการ โมเมนตัมที่เซลล์ความเร็ว $v$                               | 25   |
| รูปที่ 6.1 ตัวอย่างค่าคลาดเคลื่อนเทียบกับระยะ $x$ ของปัญหา 1 มิติ                  | 30   |
| รูปที่ 6.2 ฟังก์ชันไซน์  | 31   |
| รูปที่ 6.3 ฟังก์ชันไซน์ความยาวคลื่นต่างๆ   | 32   |
| รูปที่ 6.4 ความยาวคลื่นที่มากที่สุดและน้อยที่สุดของค่าคลาดเคลื่อนตามอนุกรมฟูเรียร์ | 33   |
| รูปที่ 6.5 การลดลงของค่าคลาดเคลื่อนความถี่ต่างๆ                                    | 34   |
| รูปที่ 6.6 กริดหลายระดับ   | 35   |
| รูปที่ 6.7 แสดงกระบวนการโปรลงเกชั่นและกระบวนการเรสทริกชั่น                         | 36   |
| รูปที่ 6.8 ขั้นตอนวิธีกริดหลายระดับแบบแก้ไข  | 38   |
| รูปที่ 6.9 การผ่อนคลายตามวิธีกริดหลายระดับแบบแก้ไข                                 | 39   |
| รูปที่ 6.10 ขั้นตอนวิธีกริดหลายระดับแบบ FAS  | 41   |
| รูปที่ 6.11 การดำเนินการในรอบวัฏจักรของกริดหลายระดับ                               | 42   |

|  | หน้า |
|--|------|
| รูปที่ 6.12 วัฏจักรวี  | 43   |
| รูปที่ 6.13 วัฏจักรดับเบิลยู   | 44   |
| รูปที่ 6.14 วัฏจักรเอฟ   | 45   |
| รูปที่ 6.15 กริดหลายระดับเต็มรูปแบบ  | 46   |
| รูปที่ 6.16 กริดหลายระดับเต็มรูปแบบ-วัฏจักรวี  | 48   |
| รูปที่ 6.17 ความสัมพันธ์ของการส่งถ่ายผลเฉลยระหว่างกริดหยาบและกริดละเอียด   | 53   |
| รูปที่ 7.1 โดเมนและเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน  | 58   |
| รูปที่ 7.2 เปรียบเทียบผลเฉลยเชิงตัวเลขกับผลเฉลยแม่นยำตรงของความเร็ว $u$<br>ที่ระยะ $y$ ใด ๆ ของปัญหาการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน   | 60   |
| รูปที่ 7.3 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ค่า $Re$ ต่างๆ  | 61   |
| รูปที่ 7.4 กราฟแสดงอัตราการเข้าสู่ของปัญหาการไหลในช่องแผ่นคู่ขนาน<br>ด้วยวิธี FMG-V ที่ค่าเรย์โนลด์ต่างๆ   | 62   |
| รูปที่ 7.5 โดเมนและเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการไหลวนในช่องสี่เหลี่ยม  | 63   |
| รูปที่ 7.6 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ค่า $Re$ ต่างๆ  | 66   |
| รูปที่ 7.7 กราฟแสดงอัตราการเข้าสู่ของปัญหาการไหลในช่องสี่เหลี่ยมโดยวิธีกริดระดับเดียว<br>และวิธีกริดหลายระดับแบบวัฏจักรวี  | 68   |
| รูปที่ 7.8 กราฟแสดงการเข้าสู่ของปัญหาการไหลในช่องสี่เหลี่ยมด้วยวิธี FMG-V<br>ที่ค่าเรย์โนลด์ต่างๆ  | 68   |
| รูปที่ 7.9 โดเมนและเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยมที่มี<br>พื้นที่หน้าตัดขยายออกโดยทันที  | 69   |
| รูปที่ 7.10 แสดงลักษณะการกระจายตัวของความเร็วที่ค่า $Re$ ต่างๆ   | 71   |
| รูปที่ 7.11 กราฟแสดงอัตราการเข้าสู่ของปัญหาการไหลผ่านช่องสี่เหลี่ยมที่มีหน้าตัดขยาย<br>ออกโดยทันทีในช่องสี่เหลี่ยม โดยวิธีกริดระดับเดียวและวิธีกริดหลายระดับ<br>แบบวัฏจักรวี | 72   |

## คำอธิบายสัญลักษณ์

|               |                                    |
|---------------|------------------------------------|
| $\phi$        | ตัวแปรคุณสมบัติ                    |
| $p$           | ความดัน                            |
| $u, v$        | องค์ประกอบความเร็วในทิศทาง X และ Y |
| $x, y$        | ทิศพิกัด                           |
| $\rho$        | ความหนาแน่น                        |
| $\mu$         | สัมประสิทธิ์ความหนืด               |
| Re            | เลขเรย์โนลด์                       |
| $Pe$          | เลขเพคเล็ต                         |
| $\Gamma$      | สัมประสิทธิ์การแพร่                |
| G             | กริด                               |
| $\alpha$      | แฟกเตอร์ผ่อนคลายต่ำ                |
| $\varepsilon$ | ค่าคลาดเคลื่อน                     |
| $\eta$        | แฟกเตอร์เกณฑ์การลู่อื่น            |
| I             | ตัวดำเนินการส่งถ่ายผลเฉลย          |

### สัญลักษณ์ตัวยก

|        |                 |
|--------|-----------------|
| $k$    | ระดับกริด       |
| $old$  | ค่าเก่า         |
| $new$  | ค่าใหม่         |
| $n$    | รอบการทำซ้ำ     |
| $u, v$ | ค่าความเร็ว     |
| $p'$   | ค่าความดันแก้ไข |

### สัญลักษณ์ตัวห้อย

|               |  |
|---------------|--|
| $k$           | ระดับกริด  |
| W, E, S, N, P | (จุดต่อ) ด้านซ้าย, ด้านขวา, ด้านล่าง, ด้านบน, ตรงกลาง ตามลำดับ |
| $w, e, s, n$  | (ขอบเขต) ด้านซ้าย, ด้านขวา, ด้านล่าง, ด้านบน ตามลำดับ          |
| $nb$          | ตำแหน่งข้างเคียง   |