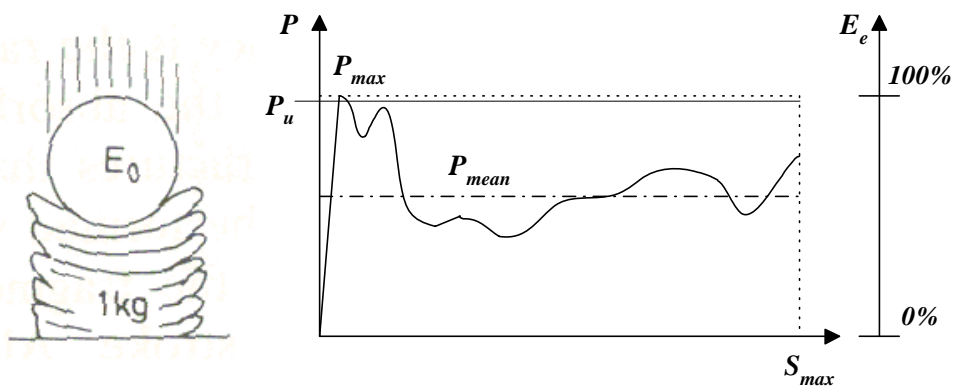


บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีเกี่ยวข้องกับการศึกษาโครงสร้างที่รับแรงกระแทก (Crashworthiness) มีตัวแปรเกี่ยวข้องกับประสิทธิภาพของการชนของโครงสร้างในการดูดซับพลังงานซึ่งประกอบด้วยตัวแปรหลักต่างๆ ดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและระยะยุบตัว เมื่อเกิดการการชนกระแทกและตัวแปรต่างๆ ที่สำคัญในการดูดซับพลังงานจากการกระแทกของโครงสร้าง

2.1.1 ภาวะวิกฤติหรือภาวะเสียหาย

ภาวะวิกฤติ หมายถึง ภาวะครั้งแรกที่ทำให้ชิ้นงานเกิดการเสียหายอย่างสังเกตเห็นได้ จุดนี้เป็นตำแหน่งที่เส้นกราฟใน Load – displacement curve (รูปที่ 2.1) เริ่มตกลงซึ่งมีความสำคัญมากกับการออกแบบ เพื่อให้ชิ้นงานเกิดการเสียหายก่อนช่วงเวลาที่เหมาะสม ในบางครั้งภาวะวิกฤติอาจจะมีค่าเท่ากับภาวะสูงสุด ก็ได้ ในกรณีของรูปที่ 2.1 นี้เห็นว่าภาวะสูงสุดมีค่าเท่ากับภาวะวิกฤติ

2.1.2 ภาวะสูงสุด

ภาวะสูงสุด หมายถึง ภาวะสูงสุดที่เกิดขึ้นใน Load – displacement curve ตลอดช่วงเวลาการเสียหายของชิ้นงาน ที่ทำให้ชิ้นงานยุบตัวเสียรูปและค่าของภาวะสูงสุดควรอยู่ในช่วงที่

เหมาะสมและไม่สูงจนเกินไปเพราะจะทำให้อัตราเร่งไม่คงที่ เช่น การที่ลดความเร็วอย่างทันทีทันใดก็จะทำให้เกิดอันตรายต่อร่างกายมนุษย์ด้วย

2.1.3 ภาระเฉลี่ย

ภาระเฉลี่ย หมายถึง ภาระเฉลี่ยตลอดการเสียบรูปในของโครงสร้างภายใต้การกระทำจนสิ้นสุดการยุบตัวโดยเปรียบเทียบกับระยะยุบตัว ค่าภาระเฉลี่ยนี้มีความสัมพันธ์โดยตรงกับพลังงานที่โครงสร้างสามารถดูดซับได้ โดยทั่วไปค่าภาระเฉลี่ยควรมีค่าสูงเพื่อให้ได้พลังงานดูดซับที่สูงตามไปด้วย

2.1.4 พลังงานดูดซับ

พลังงานดูดซับ หมายถึง พลังงานที่ชิ้นงานสามารถดูดซับได้ตลอดการกระแทก หรือการยุบตัวซึ่งหาได้จาก การรวมพื้นที่ใต้กราฟระหว่างภาระที่ใช้กับระยะทางที่ชิ้นงานยุบตัวได้ จากรูปที่ 2.1 สามารถหาค่าการดูดซับพลังงานของชิ้นงานได้จากสมการ 2.1

$$E_a = \int P dS \quad (2.1)$$

เมื่อ E_a = พลังงานที่ชิ้นส่วนดูดซับไว้ได้

P = ภาระที่กระทำกับวัสดุชิ้นงาน

dS = การเปลี่ยนแปลงระยะยุบตัวของชิ้นงาน

แต่เนื่องจากเส้นกราฟของภาระและระยะยุบตัวไม่คงที่สม่ำเสมอตลอดระยะเวลาของการเกิดการชนกระแทก ดังนั้นในทางปฏิบัติจึงแนะนำให้ใช้การประมาณค่าภาระเฉลี่ยในการหาค่าดูดซับพลังงานของวัสดุ

2.1.5 พลังงานดูดซับจำเพาะ

พลังงานดูดซับจำเพาะ หมายถึง ค่าการพลังงานจำเพาะของโครงสร้างหนึ่งๆ เทียบกับน้ำหนักตัวของโครงสร้างเองในการหาค่าการดูดซับพลังงานจำเพาะที่เกิดจากการกระแทกนั้นจะต้องคำนึงถึงปัจจัยหลายอย่างที่มีอิทธิพลต่อการชนกระแทก รวมทั้งคุณสมบัติของวัสดุด้วย โดยทั่วไปชิ้นงานสามารถที่จะดูดซับพลังงานได้ตามความสามารถของตัวเอง เมื่อชิ้นงานเริ่มดูดซับพลังงานการชนกระแทกนั้น ตัวมันเองจะเริ่มยุบตัวหรือพับตัว (Collapse) จนกระทั่งไม่สามารถที่จะยุบตัวได้อีก นั่นหมายความว่าชิ้นงานหรือวัสดุชิ้นนั้นไม่สามารถที่จะรับแรงกระแทกหรือดูดซับพลังงานได้อีกต่อไป ถ้าเป็นเช่นนั้นแรงที่เหลืออยู่ก็จะส่งตรงไปยังชิ้นงานที่เราต้องการปกป้องให้ความปลอดภัยหรือร่างกายของมนุษย์ในห้องของผู้โดยสาร ซึ่งปรกติแล้วเราพิจารณาอัตราการดูดซับพลังงานนั้นเทียบกับน้ำหนักตัวของโครงสร้างเอง เพื่อไม่ให้ชิ้นงานมีน้ำหนักมากเกินไป

กล่าวคือ ถึงแม้ว่าชิ้นงานนั้นจะดูดซับพลังงานได้มาก อัตราส่วนระหว่างพลังงานที่ดูดซับได้ ต่อ น้ำหนักตัวของโครงสร้างเองสามารถหาได้จากสมการ 2.2

$$E = \frac{\int PdS}{\text{mass}} \approx \frac{P_{\text{mean}} S}{\text{mass}} \quad (2.2)$$

โดยที่

E_s = การดูดซับพลังงานจำเพาะ

P_{mean} = ภาระเฉลี่ย

S = ระยะที่วัสดุที่ยุบตัวได้จากจุดเริ่มต้นถึงจุดสุดท้าย

2.1.6 ประสิทธิภาพการยุบตัว

ประสิทธิภาพของการยุบตัว หมายถึง ความสามารถของชิ้นงานในการยุบตัวจากการ กระแทกจนชิ้นงานไม่สามารถยุบตัวได้อีก ซึ่งสามารถหาได้จากอัตราส่วนของระยะยุบตัวของ ชิ้นงานกับความยาวเดิมของชิ้นงานหรือความสูง ซึ่งหาได้จากสมการ 2.3

$$SE = \frac{S}{h} \quad (2.3)$$

โดยที่

SE = ประสิทธิภาพของการยุบตัวของชิ้นงาน (Stroke efficiency)

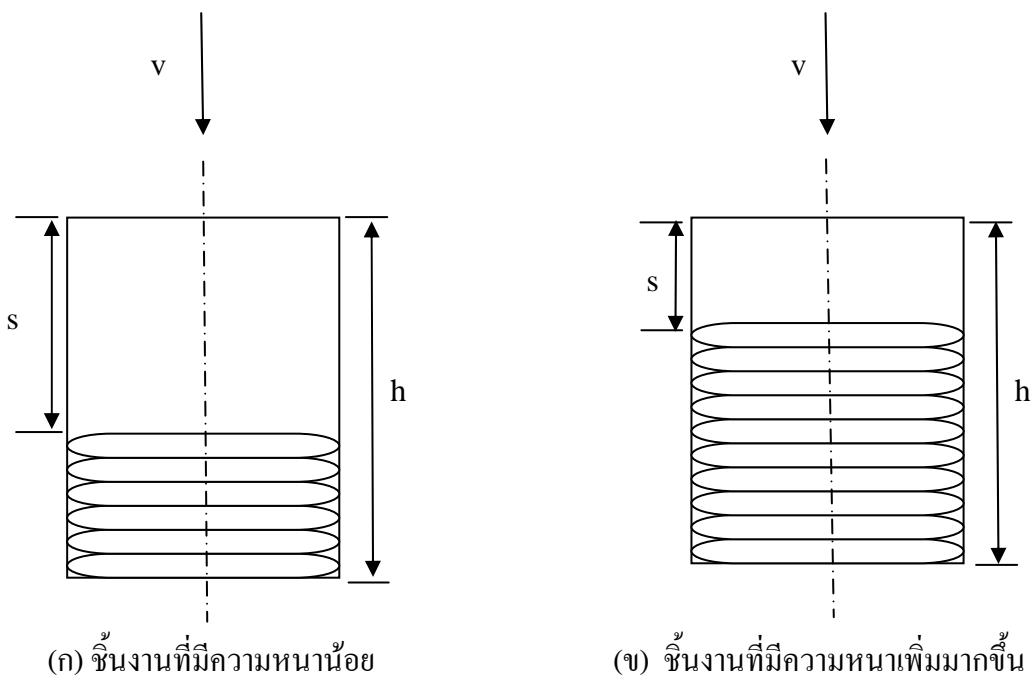
S = ระยะยุบตัวของโครงสร้างตั้งแต่เริ่มจนถึงสิ้นสุดการยุบตัว

h = ความยาวเดิมของชิ้นงาน

ประสิทธิภาพของการยุบตัวของโครงสร้างนั้น จะแสดงถึงความสามารถในการยุบตัวได้ ของโครงสร้าง โดยที่ยังคงสามารถรับพลังงานจากการกระแทกได้ โดยทั่วไปขนาดและรูปทรง มักเป็นตัวกำหนดคุณสมบัติข้อนี้ เช่น ในชิ้นงานที่มีความหนาแตกต่างกันภายใต้เงื่อนไขและ ขอบเขตตัวแปรเดียวกัน หรือมีความยาวเริ่มต้นเท่ากัน ชิ้นงานที่มีความหนามากย่อมจะทนแรง กระแทกได้ดีแต่จะยุบตัวได้น้อย ซึ่งมีผลให้ประสิทธิภาพของการยุบตัวของชิ้นงานลดน้อยลงด้วย ทางด้านความปลอดภัยแล้ว เมื่อชิ้นงานสิ้นสุดการยุบตัวที่เร็วเกินไป ก็จะมีผลให้เกิดอันตรายกับ

ชิ้นส่วนที่ต้องการปกป้องได้ ถ้าชิ้นงานนั้นยังดูดซับพลังงานการกระแทกได้ไม่หมด ฉะนั้นจะต้องคำนึงถึงความเหมาะสมที่สุดในการเลือกใช้และติดตั้งวัสดุชิ้นงาน

ดังนั้นถ้าระยะยุบตัวของชิ้นงานมาก ค่าประสิทธิภาพของการยุบตัวก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยดูได้จากรูปที่ 2.2 ชิ้นงานที่มีความหนาน้อยจะสามารถยุบตัวได้มากกว่าชิ้นงานที่มีความหนามาก ซึ่งถ้าชิ้นงานยุบตัวได้มากค่าประสิทธิภาพของการยุบตัว (Stroke efficiency) ก็จะมีค่าสูงด้วย



รูปที่ 2.2 แสดงระยะยุบตัวของชิ้นงานที่มีความหนาแตกต่างกันภายใต้สภาวะขอบเขตเดียวกัน

เนื่องด้วยในการศึกษา ใน โครงงานนี้ การวิเคราะห์ส่วนใหญ่จะใช้ระเบียบวิธี ไฟไนต์เอลเมนต์ โดยใช้โปรแกรมที่ชื่อ อะบาคัส (จะขอกล่าวถึงรายละเอียดของโปรแกรม ในเรื่องขั้นตอนการคำนวณ) ในการวิเคราะห์ผล ดังนั้นจะขอกล่าวถึงทฤษฎี การคำนวณค่า การดูดซับพลังงาน โดยวิธีทางคณิตศาสตร์พอสังเขปเท่านั้น ซึ่งจะอ้างอิงจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การออกแบบชิ้นส่วนของโครงสร้าง เพื่อเพิ่มความปลอดภัยให้มนุษย์ จากอุบัติเหตุที่เกิดจากการชนของยานพาหนะ ได้แก่ รถยนต์ เรือ เครื่องบิน เป็นต้น นักวิจัยหลายๆ ท่าน ได้พัฒนาชิ้นส่วนที่ให้ความสามารถดูดซับพลังงานได้ดีที่สุด ค่าความสามารถในการดูดซับพลังงาน ขึ้นอยู่

กับพฤติกรรมการเสียรูปของชิ้นส่วนแต่ละชนิด ได้แก่ ชิ้นส่วนผนังบาง (Thin wall member) เปลือก (shell) เป็นต้น ชิ้นส่วนที่รูปร่างต่างชนิดกัน จะให้พฤติกรรมการเสียรูปแตกต่างกัน รูปร่างชิ้นส่วนที่ใช้ในการวิจัยโดยทั่วไป เช่น ท่อกลม ท่อสี่เหลี่ยม กรวย ตัวค้ำยัน (Struts) honey combs แผ่นประกบ (sandwich plates) และ ชิ้นส่วนประกอบ (composite member) เป็นต้น

โครงร่างงานวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยให้ความสนใจ ท่อทรงกระบอกภายใต้ภาวะคด ฉะนั้นงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จะเน้นปัญหาของท่อทรงกระบอกกลม ซึ่งสามารถจำแนกได้ดังนี้

2.2.1 การชนแนวแกน(Axial Crushing)

ท่อทรงกระบอกกลม ได้รับความเสียหายในแนวแกนของท่อ พฤติกรรมการเสียรูปและทฤษฎีที่เกิดขึ้น ดังนี้

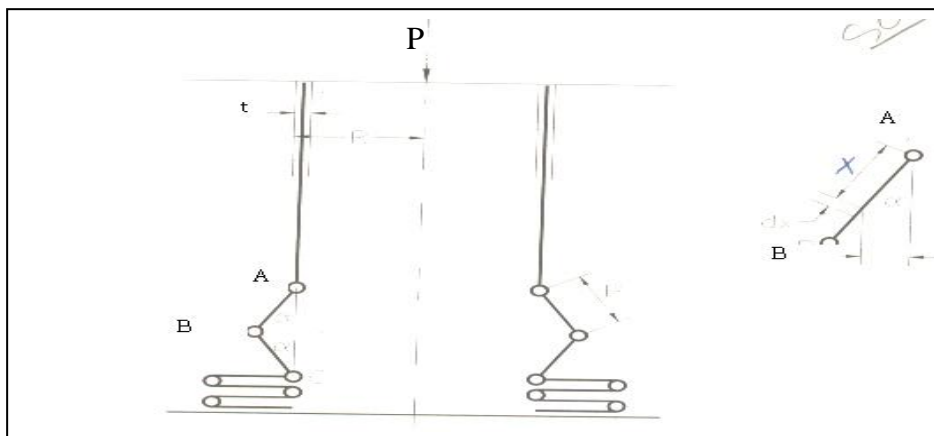
2.2.1.1 กลไกการพับตัว (Collapse mechanism)

- โหมดคอนเคอร์ตินา (Concertina mode)

Alexander JM., 1960 [1] ได้คิดค้นทฤษฎีการพับตัวแบบถาวรของโครงสร้างเปลือกทรงกระบอกภายใต้ภาวะแนวแกน เป็นครั้งแรก โดยแสดงจำลองกลไกอย่างง่าย ๆ ดังรูปที่ 2.3 เป็นการเสียรูปในโหมดแบบคอนเคอร์ตินา (concertina) งาน (Work) ที่เกิดขึ้นจากการคด (Bending) และการยืด (Stretching) ของเส้นการพับ ผลการวิเคราะห์แสดงค่าดูดซับพลังงานต่อระยะการชน และได้หาสมการแรงเฉลี่ยเนื่องจากการชน

$$P_{ave} = 6\sigma_o t \sqrt{Dt} \quad (2.4)$$

เมื่อ	σ_o	คือความเค้นจุดคดของวัสดุ
	D	คือเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ
	t	คือความหนาของท่อ



รูปที่ 2.3 แสดงแบบจำลองของ Alexander JM.



รูปที่ 2.4 แสดงการเสียรูปแบบโมดคอนคอรัตตินา (Concertina mode) ที่ได้จากการทดสอบ

Johnson W and Reid SR.1978 [2] ได้สรุปว่าสมการแรงเฉื่อยของ Alexander จะใช้ได้ดี
เมื่อ $\frac{D}{t} < 30$

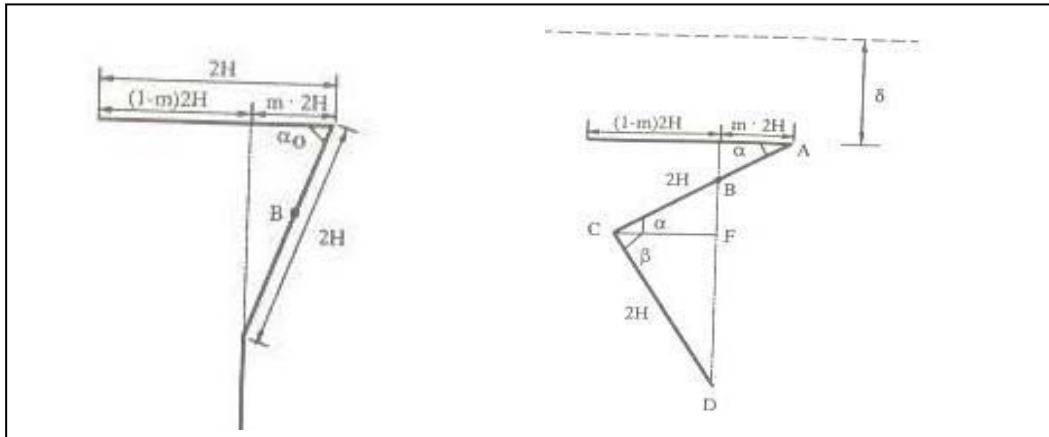
Abramowicz and Jones.,1984 [3] ได้ทำการปรับปรุงสมการของแรงเฉื่อยข้างต้น ของ
Alexander ให้ดีขึ้น

Jones and Abramowicz.1985 [4] ได้ทำนายแรงเฉื่อยในแนวแกนของท่อ ในแบบจำลอง
โมด คอนคอรัตตินาให้ค่าใกล้เคียงกับการทดลอง

$$P_{av} = \frac{6\sigma_y t \sqrt{Dt} + 3.44t}{0.88 - 0.57 \sqrt{\frac{t}{D}}} \quad (2.2)$$

Wiezbicki and Bhat.,1986 [5] ได้แก้ไขผลเฉลยของ Alexander JM. โดยเปลี่ยนเส้นการ
พับอยู่กับที่ (Stationary hinge line) เป็นเส้นการพับที่เคลื่อนที่ (Moving hinge line) ซึ่งจะได้
แบบจำลองที่เหมือนจริง และทำนายแรงเฉื่อยได้ดีขึ้น

Wiezbicki et al .,1992 [6] ได้เสนอแบบจำลองสำหรับท่อทรงกระบอก ที่มีการพับตัวแบบ
คอนคอรัตตินา และแบบรูปตัวเอส (S-Shape) ดังรูปที่ 3 โดยอ้างอิงแบบจำลองของ Alexander JM.



รูปที่ 2.5 แสดงการยุบตัวของท่อทรงกระบอก 2 ส่วน

Reid SR., 1993 [7] ได้ทำการทดลอง ศึกษากลไกการเสียหายของท่อโลหะภายใต้ภาระกดตามแนวแกน แล้วเทียบกับสมการ Wierzbicki et al [6] จะได้ผลใกล้เคียงกัน แต่เขาได้เสนอแนะว่าสมการควรพิจารณาเกี่ยวกับทฤษฎีการเสียรูปมากๆ (large deflection theory) และผลกระทบความทนต่อความเครียด(Strain hardening)

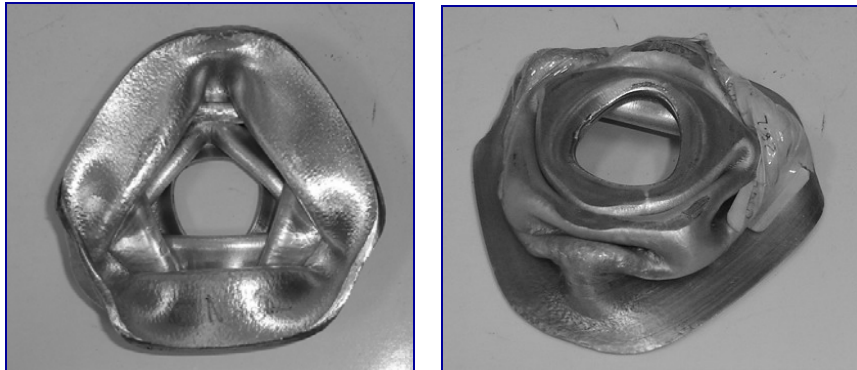
A.A. Singace, H. Elsobky and T.Y. Reddy., 1995 [8] ได้วิเคราะห์หาค่า Eccentricity factor (m) ในท่อทรงกระบอกกลมภายใต้ภาระแนวแกน ในโหมดคอนเคอร์ดินาของแบบจำลอง Wierzbicki et al .,1992 [6] แฟกเตอร์นี้เป็นค่าใดๆ ที่ไม่มีการวิเคราะห์ แต่งานปัจจุบันได้นำมาตรวจสอบและสามารถวิเคราะห์ได้ และค่ามุมวิกฤตของการพับตัว สามารถได้รับจากการวิเคราะห์ซึ่งสอดคล้องกับการทดลอง

- โหมดไดมอนด์ (Diamond mode)

Pugsley and Maculay.,1960 [9] ได้ศึกษาการประมาณทางทฤษฎีของแรงเฉื่อย ในแบบจำลองโหมดแบบไดมอนด์ (Diamond mode) โดยสมมติว่าพลังงานดูดซับเกิดจากการตัดและการเฉือน

Pugsley [10] ใช้ทฤษฎีการพับแบบถาวรของ Alexander มาวิเคราะห์ในแบบจำลองโหมดแบบไดมอนด์ และได้สรุปว่าจำนวนรอยพับ (n) แปรผันตามอัตราส่วน $\frac{D}{t}$

Mamalis และคณะ 1991 [11] ได้ศึกษาการชนของท่อ โดยใช้วัสดุประกอบกัน (bi-material circular tubes) ได้แก่ เหล็ก อลูมิเนียม และท่อพลาสติก(PVC) และได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้น ใน โหมด คอนเคอร์ดินา และไดมอนด์



รูปที่ 2.6 แสดงการเสียรูปแบบโหมดไดมอนด์ (Diamond mode) ที่ได้จากการทดสอบ

2.2.1.2 การเปลี่ยนจากโหมดคอนเคอร์ตินา กับโหมดไดมอนด์ (Transition)

Pugsley ., 1979 [10] ได้ศึกษาจุดเปลี่ยนระหว่าง โหมดคอนเคอร์ตินา กับโหมดไดมอนด์ ที่ $\frac{D}{t}=100$

Tvergaard V.,1983 [12] ได้แนะนำแบบจำลองของโหมดคอนเคอร์ตินา กับโหมดไดมอนด์ อยู่ระหว่าง $\frac{D}{t}=50-100$ ขึ้นอยู่กับความเค้นจุดกลางและมอดูลัสความยืดหยุ่น($\frac{\sigma_o}{E}$) พบว่า โหมดคอนเคอร์ตินา เกิดขึ้นเมื่อ $\frac{D}{t}$ น้อยๆ และ $\frac{\sigma_o}{E}$ มากๆ แต่จากการทดลองการเสียรูปของท่อพลาสติกบาง (polyvinyl chloride) ในโหมดคอนเคอร์ตินา ก็พบการวิเคราะห์ที่ไม่เป็นจริง

Andrew และคณะ., 1983 [13] ได้ทดลองการชนตามแนวแกนของท่อทรงกระบอก ภายใต้ ภาระแบบ Quasi static พบว่า $\frac{D}{t} < 80-90$ เป็นโหมดคอนเคอร์ตินา และ $\frac{D}{t}$ สูงกว่านี้ เป็น โหมด ไดมอนด์ และได้สรุปว่า โหมดคอนเคอร์ตินา ให้ความสามารถการดูดซับพลังงานดีกว่า โหมดไดมอนด์

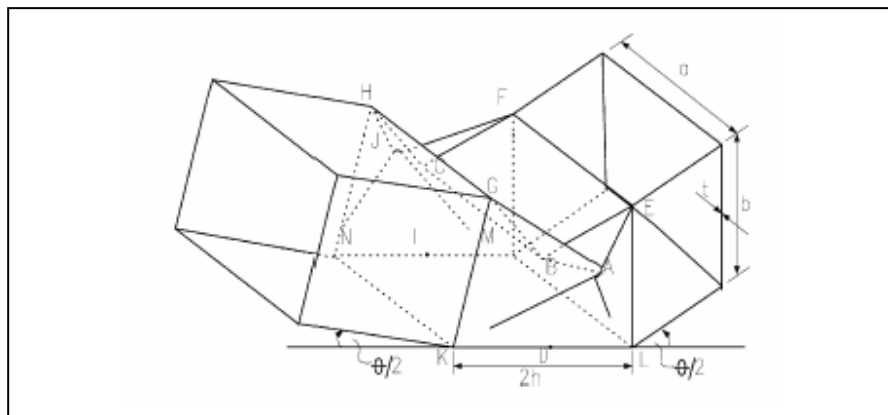
Mamalis and Johnson ., 1983 [14] ได้วิจัยการพับของท่ออลูมิเนียมภายใต้เงื่อนไข Quasi static โดยการทดลอง พบว่าจุดเปลี่ยนโหมด(Transition point) $\frac{D}{t} = 68$

Abramoricz and Jones., 1997 [15] ได้ศึกษาการเปลี่ยนโหมดของท่อกลม และท่อสี่เหลี่ยม จตุรัส โดยมีขนาดและความยาวแตกต่างกัน การเปลี่ยนจาก โหมดแบบออยเลอร์(Euler bending mode) เป็นโหมดแบบ progressive buckling mode และได้พบว่าจุดเปลี่ยนโหมด ขึ้นอยู่กับ ความยาว

หน้าตัด ชนิดวัสดุ อัตราความเครียด (strain rate) ความทนทานต่อการยืด (strain hardening) และ เงื่อนไขที่ปลาย(end condition)

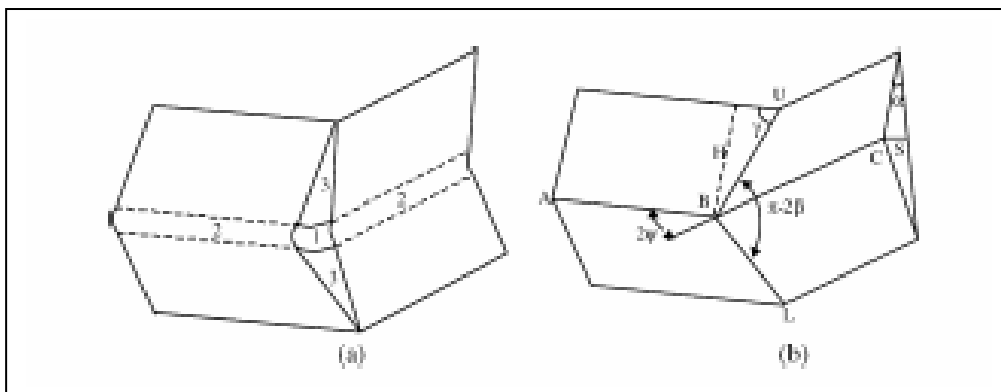
2.2.2 การชนแบบดัด (Bending crushing)

Kecman D.,1983 [16] ได้สร้างแบบจำลองการเสียหายของท่อรูปทรงสี่เหลี่ยมที่ถูกกด ความเค้นดัด โดยเทคนิคการสร้างรอยพับต่างๆ และใช้ทฤษฎี Plastic hinge theory โดยแบบจำลอง แสดงดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงแบบจำลองของ Kecman

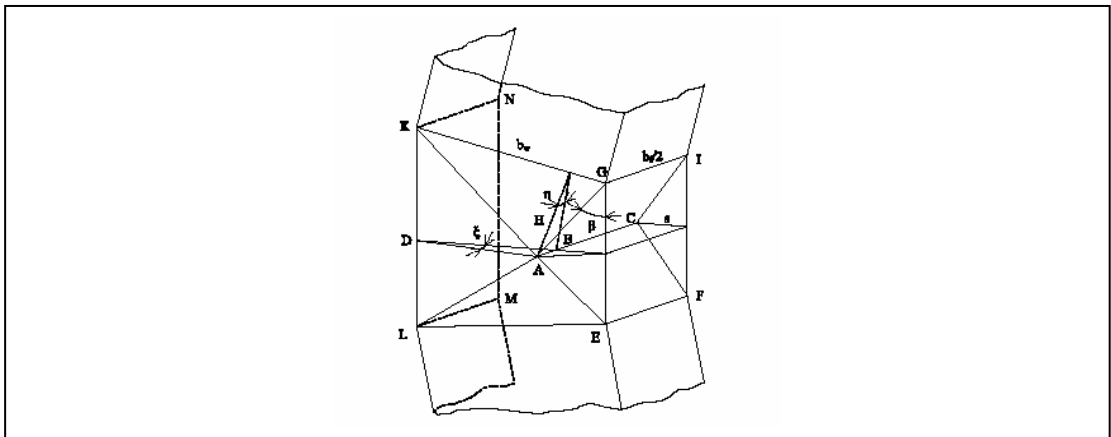
Wierzbick and Abramowicz.,1983 [17] ได้ปรับปรุงแบบจำลองและการวิเคราะห์ของ Kecman ได้กล่าวว่าแบบจำลองของ Kecman ไม่เป็นที่ยอมรับตามหลักพลจันศาสตร์ (Kinematic) และได้วิเคราะห์หาความสามารถการดูดซับพลังงานของท่อสี่เหลี่ยมผนังบาง เมื่อถูกแรงกระทำ แนวแกน ลักษณะการเสียรูปเป็นกดและแบบดัด ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แสดงกลไกการพังทลายเนื่องจากแรงกดในแนวแกน

Park MS and Lee BC.1996 [18] ได้พัฒนาการหาคำตอบสำหรับการพังแบบคัตของท่อหน้าตัดสี่เหลี่ยมด้านไม่เท่า (Trapezoidal section) พบว่าความยาวด้านบนและด้านล่างด้านความยาวของหน้าตัด (Flanges)

T.H. Kim and S.R. Reid.,2001 [19] ได้ทำการวิเคราะห์ปัญหาของท่อสี่เหลี่ยมภายใต้ภาระแบบคัต และกล่าวถึงแบบจำลองของ Kecman ซึ่งแก้ไขโดย Wiezbicki โดย Kim ได้ปรับปรุงแบบจำลองใหม่ Wiezbicki ภายใต้ภาระแบบคัตอย่างเดียว แล้วคำนวณหา ตัวไม่ทราบค่าคือ ความยาวเส้นการพับ H และ รัศมีการหมุน r ผลการวิเคราะห์ที่แสดงเป็น โมเมนต์คัตกับมุมคัต ทางทฤษฎีเปรียบเทียบกับผลการทดลอง

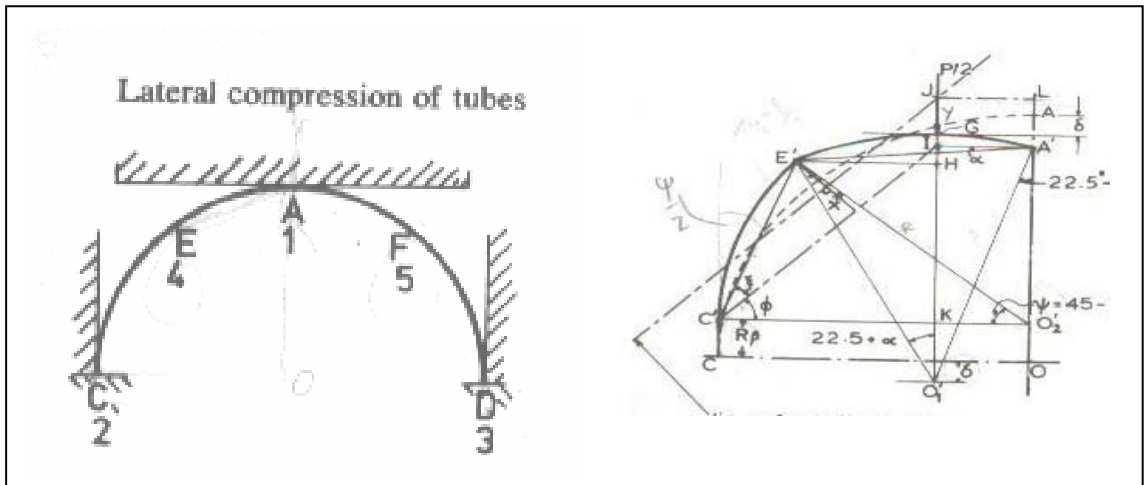


รูปที่ 2.9 แสดงความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต

2.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการชนชนิดอื่น

ในหัวข้อนี้จะ แสดงงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ชนิดอื่น ที่ไม่ใช่ท่อทรงกระบอกกลม แต่ส่วนใหญ่จะใช้วิธีการวิเคราะห์เดียวกัน โดยต้องศึกษาพฤติกรรมการเสียหายของชิ้นส่วนนั้น แล้วหาความสัมพันธ์กับสมการการดูดซับพลังงาน สามารถแสดงได้พอสังเขปดังนี้

T.Yella Reddy and S.R.Reid.,1979[20] ได้ทำการศึกษาปัญหาของท่อกลมที่โหลดเริ่มต้นกระทำด้านข้าง มีทิศทางแนวรัศมีของวงกลม ตามรูปที่ 1 โดยทำการวิเคราะห์พฤติกรรมการเสียรูปของท่อเดียว และระบบท่อที่วางซ้อนกันหลายชั้น ซึ่งโหลดที่มากระทำเป็น quasi static load และ dynamic load ผลลัพธ์ที่แสดงเป็นแรงกับการขจัด ทางทฤษฎีเปรียบเทียบกับผลการทดลอง



รูปที่ 2.10 แสดงกลไกการยุบตัวของหน้าตัดครึ่งวงกลมของท่อ

A.G.Mamalis, D.E.Manolakos, G.A. Demosthenous and M.B. Ioamidis.,1995 [21] ได้วิเคราะห์ทางทฤษฎีและจำลองกลไกความเสียหายของท่อไฟเบอร์กลาสส์ (fibreglass composite tubs) ภายใต้แรงกดในแนวแกน ผลที่ได้อยู่ในรูปของแรงเฉื่อย และพลังงานการดูดซับ ซึ่งสอดคล้องกับการทดลอง

A.G.Mamalis, D.E.Manolakos, G.A. Demosthenous and M.B. Ioamidis.,1997 [22] ได้วิเคราะห์แบบจำลองของกรวยผนังบางไฟเบอร์กลาสส์ (thin wall fibreglass composite conical shell) ภายใต้การชนในแนวแกนของกรวย กลไกการยุบตัว สำหรับการคำนวณแรงและการดูดซับพลังงาน เปรียบเทียบกับการทดลอง และให้ผลที่มีประสิทธิภาพมาก

P.Xue, T.X.Yu and X.M. Tao.,2000 [23] ได้สร้างแบบจำลองของเปลือกกรวย (flat topped conical shell) ภายใต้การกดแนวแกน กลไกการยุบตัว สำหรับการคำนวณแรงและการดูดซับพลังงาน โดยการดูดพลังงาน ประกอบด้วยพลังงานเนื่องจากการดัด (bending) ตามเส้นการพับ และพลังงานเนื่องจากการยืดของผนังบางระหว่างเส้นการพับ ผลเชิงตัวเลข (numerical result) สอดคล้องกับการทดลอง