

## บทที่ 2

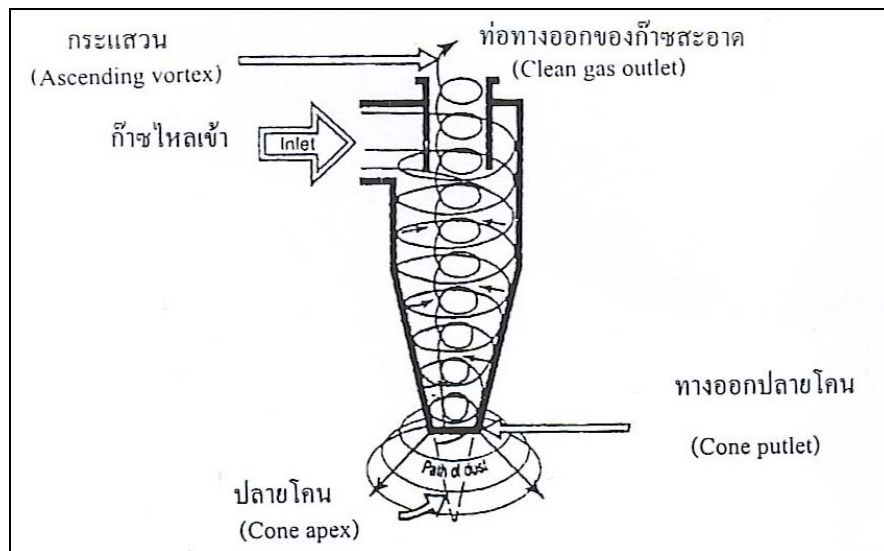
### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ไซโคลน (Cyclones)

ไซโคลนเป็นเครื่องมือสำหรับแยกอนุภาคออกจากกระแสก๊าซโดยใช้แรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง ซึ่งเกิดจากการทำให้กระแสหมุนวน (Vortex) เนื่องจากรูปร่างลักษณะของไซโคลน กระแสก๊าซที่ไหลเข้าสู่ไซโคลนตามแนวสัมผัสหรือตามแนวแกนโดยผ่าน Vanes ไม่ว่ากรณีใด การทำงานของไซโคลนขึ้นกับความเฉื่อย (Inertia) ของอนุภาคที่จะเคลื่อนในแนวเส้นตรง เมื่อก๊าซเปลี่ยนทิศทางแรงหนีศูนย์กลางจะเหวี่ยงอนุภาคไปยังผนังของไซโคลนและเคลื่อนลงถึงพัก

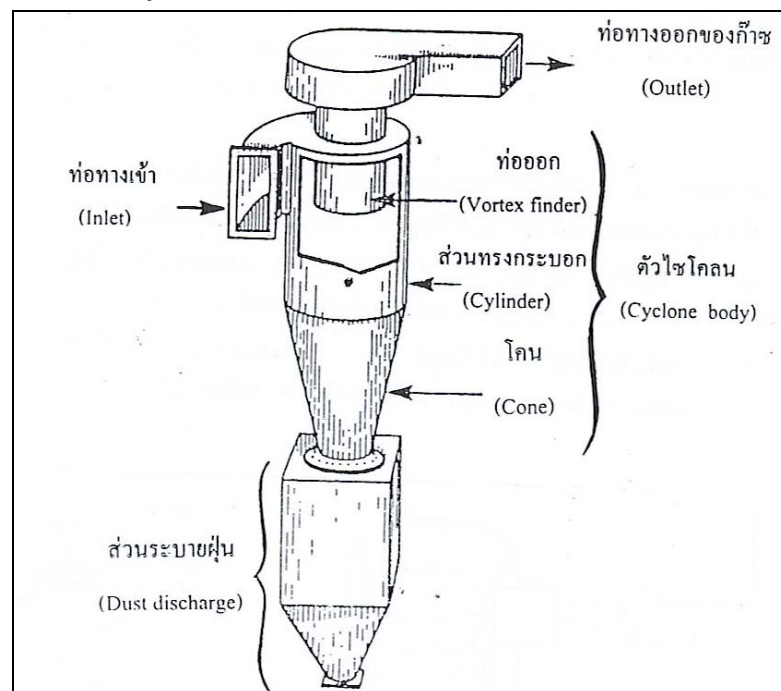
##### 2.1.1 หลักการทำงาน

ไซโคลนประกอบด้วยส่วนรูปทรงกระบอกและมีปลายเป็นรูปโคน (รูปที่ 2.1) อากาศเคลื่อนที่เข้าสู่ไซโคลนในแนวสัมผัสที่ใกล้ส่วนบนของเครื่องด้วยความเร็วประมาณ 20 ถึง 30 เมตรต่อวินาทีเมื่ออากาศผ่านเข้ามาในไซโคลนจะเกิดกระแสหมุนวน (เรียกว่า Main Vortex) ขึ้น ซึ่งทำให้เกิดแรงหนีศูนย์กลางเหวี่ยงอนุภาคไปยังผนังของไซโคลน เมื่อกระแสเคลื่อนที่ลงจนถึงเกือบปลายโคน อากาศจะหมุนกลับเป็นกระแสวนที่เล็กกว่าเดิม เรียกว่า Core Vortex และเคลื่อนที่ขึ้นไปตามตัวไซโคลน จนออกไปที่ท่อออก (Vortex Finder) ที่อยู่ส่วนบนของเครื่อง นั่นคือมีกระแสวน 2 ชั้น เกิดขึ้นในทิศทางเดียวกัน สำหรับอนุภาคที่ถูกเหวี่ยงไปยังผนังของไซโคลนจะเคลื่อนที่ลงไปยังส่วนปลายของโคนไปยังถังพัก เนื่องจากแรงเฉื่อยและแรงถ่วง ส่วนอากาศที่ไม่มีอนุภาคจะหมุนขึ้นผ่านท่อออกที่อยู่ส่วนบนของไซโคลน



รูปที่ 2.1 แสดงการเคลื่อนตัวของกระแสก๊าซในไซโคลน

ส่วนใหญ่ไซโคลนทำมาจากเหล็กคาร์บอน หรือใช้โลหะหรือเซรามิคก็ได้ถ้าต้องการทำงานในที่ที่มีอุณหภูมิสูง การกัดกร่อนหรือสึกกร่อน แต่ถ้าผิวภายในต้องเรียบเนื่องจากเป็นเครื่องมือที่ไม่มีส่วนที่เคลื่อนที่ ดังนั้น การเดินเครื่องจึงง่าย และไม่ต้องมีการบำรุงรักษามากนัก ต้นทุนค่าไซโคลนใช้ในงานหลายอย่างเช่นแยกผลิตภัณฑ์ที่แห้งหรือใช้ในการดักฝุ่นและละอองซึ่งมีขนาดใหญ่กว่า 10 ไมครอน จึงมักใช้เป็นอุปกรณ์ดักฝุ่นที่มีขนาดใหญ่ (Pre-cleaner) ก่อนส่งไปยังอุปกรณ์ดักฝุ่นที่มีคุณภาพสูง



รูปที่ 2.2 แสดงส่วนประกอบของไซโคลน

### 2.1.2 ชนิดของไซโคลน

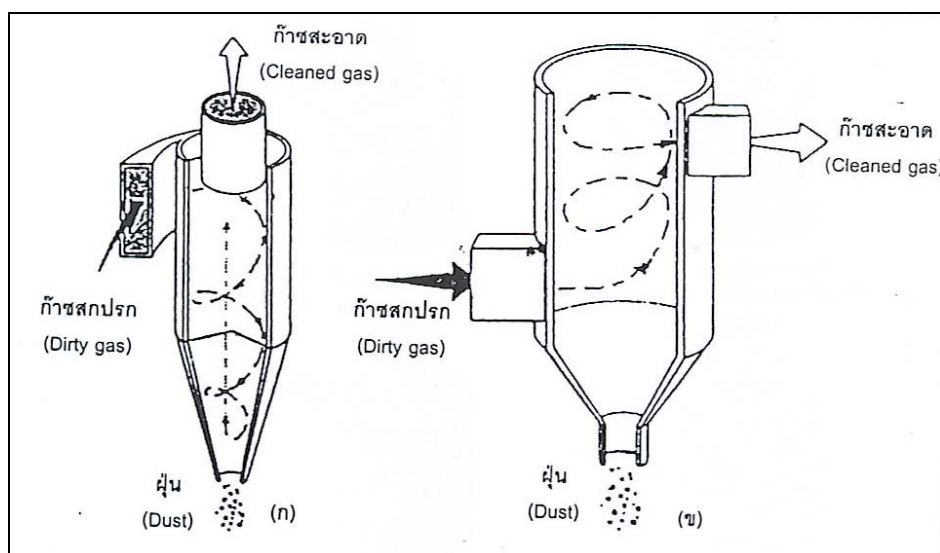
ไซโคลนแบ่งเป็น 2 ชนิดใหญ่ ๆ ตามวิธีการให้ก๊าซเข้าสู่เครื่องเพื่อให้เกิดการหมุนวนคือ

- ไซโคลนที่แก๊สไหลเข้าตามแนวเส้นสัมผัส (Tangential Entry Cyclone) ทางเข้าอาจเป็นทางเข้าทางด้านบน (Top Inlet) หรือทางเข้าทางด้านล่าง (Bottom Inlet) (รูปที่ 2.3)

- ไซโคลนที่แก๊สไหลเข้าตามแนวแกน (Axial Entry Cyclone) (รูปที่ 2.4)

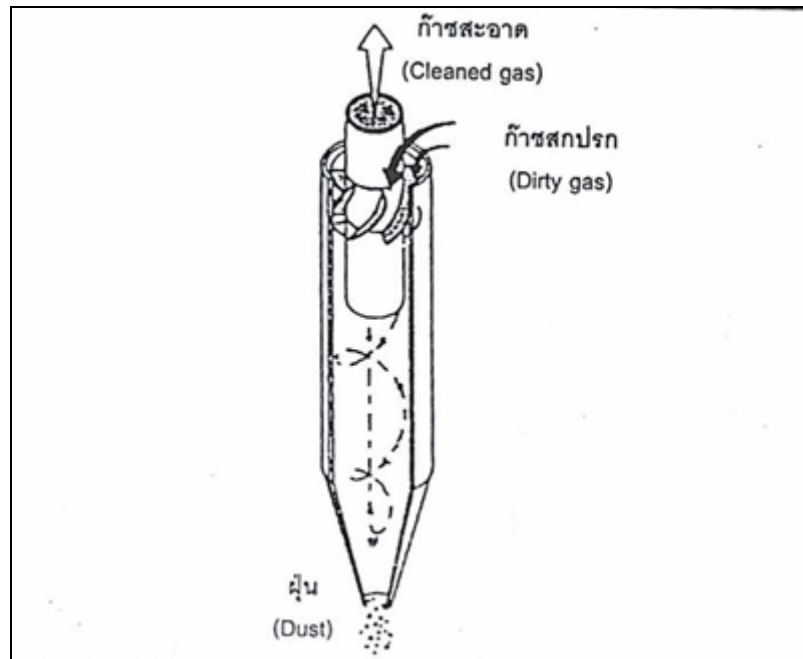
ไซโคลนที่แก๊สไหลเข้าตามแนวสัมผัส มักเป็นไซโคลนขนาดใหญ่ มีทางเข้าด้านบนหรือด้านล่าง ไซโคลนที่ใช้ในการดักฝุ่นโดยทั่วไปเป็นชนิดด้านบน ส่วนไซโคลนชนิดทางเข้าด้านล่างมักใช้ฝุ่นละอองที่ปนมา กับหยดน้ำหลังจากผ่านสกริปเบอร์ที่แก๊สไหลเข้ามาในแนวเส้นสัมผัสที่ด้านล่างของตัวไซโคลนและทำให้เกิดการหมุนวนขึ้นและไหลออกทางท่อออกด้านบนส่วนหยดน้ำซึ่งมีขนาดใหญ่ถูกเหวี่ยงไปยังผนังของไซโคลนและแยกออกจากกระแสก๊าซ

ไซโคลนชนิดท่อด้านบนมีลักษณะท่อทางเข้ารูปร่างต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ที่ใช้มากที่สุด คือท่อเข้าตามแนวเส้นสัมผัส ส่วน Deflector Vane ในรูปที่ 2.4 จะช่วยลดความปั่นป่วนของกระแสก๊าซที่ทางเข้า ทำให้ค่าความดันสูญเสียลดลง แต่ Deflector Vane มีผลต่อการเกิดกระแสนวนทำให้ประสิทธิภาพการดักฝุ่นลดลง สำหรับท่อทางเข้าแบบ Helical Inlet ในรูปที่ 2.5 ใช้เพื่อลดค่าความดันลดของไซโคลนและเพิ่มสมรรถนะ ในรูปเป็นท่อเข้าแบบ Involute Entry ทำให้เกิด Turbulence ที่ท่อเข้าน้อยที่สุด ดังนั้นค่าความดันสูญเสียมีค่าน้อยกว่าชนิดเข้าตามแนวเส้นสัมผัส

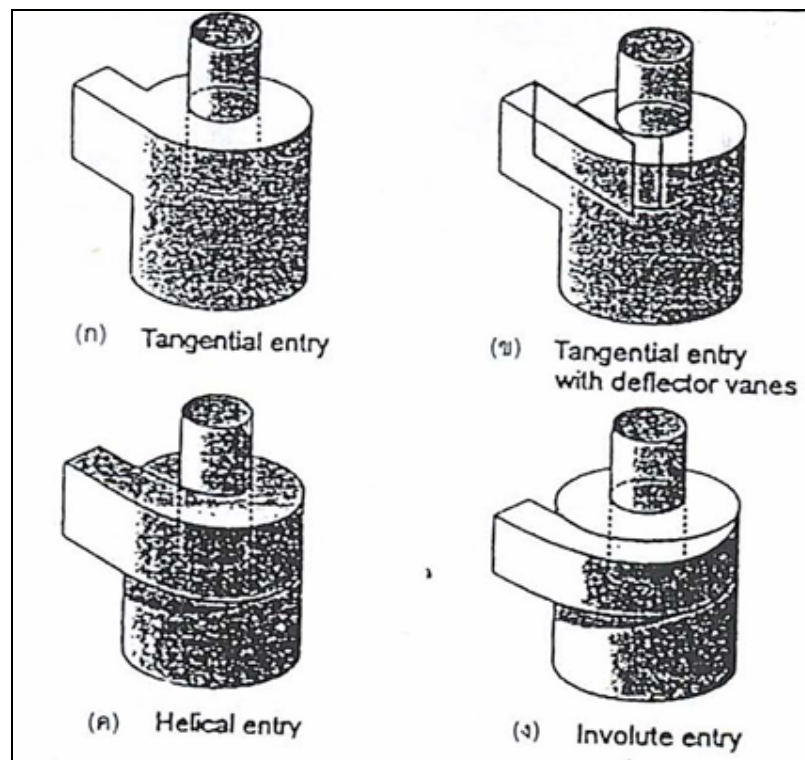


(ก) ทางเข้าทางด้านบน (Top Inlet) (ข) ทางเข้าด้านล่าง (Bottom Inlet)

รูปที่ 2.3 แสดงไซโคลนชนิดไหลเข้าตามแนวเส้นสัมผัส (Tangential Entry Cyclone)

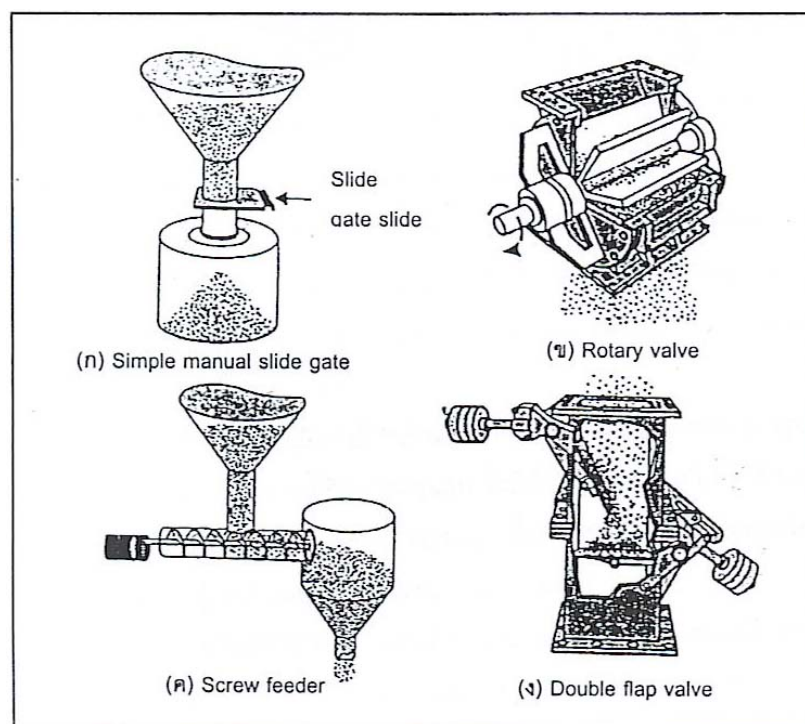


รูปที่ 2.4 แสดงไซโคลนชนิดไหลเข้าตามแนวแกน (Axial Entry cyclone)



รูปที่ 2.5 แสดงชนิดของท่อทางเข้า (Inlet) ของไซโคลน

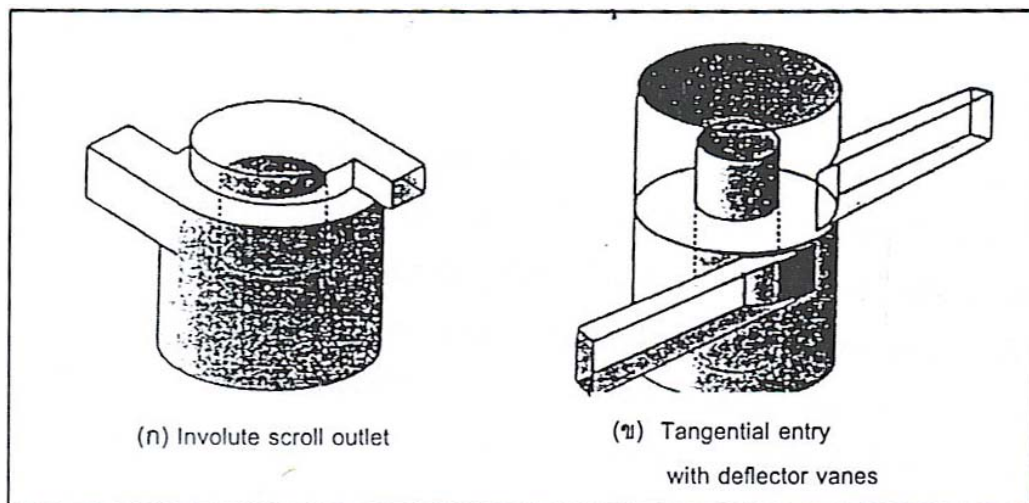
สำหรับการถ่ายเทฝุ่น (Dust Discharge System) ของไซโคลนขนาดใหญ่ประกอบด้วย ด้านล่างของไซโคลนที่เป็นรูปโคน และมีวาล์วสำหรับถ่ายฝุ่นที่เก็บได้ (Solids Discharge Valve) ซึ่งมีหลายชนิด ที่ใช้กันมากมี 4 ชนิด ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงชนิดของวาล์วสำหรับระบายฝุ่น (Solids Discharge Valve)

สำหรับอุปกรณ์ที่เดินเครื่องภายใต้ Negative Pressure ต้องใช้วาล์วสำหรับระบายฝุ่น (Slide Discharge Valve) ที่มีการ Seal อย่างดีเพื่อป้องกันอากาศรั่วเข้าที่ก้นไซโคลน ซึ่งจะมีผลต่อการเกิดกระแสวน ในรูปที่ 2.7 แสดง Slide Gate, วาล์วชนิด Rotary Discharge Valve ซึ่งเป็นชนิดกันอากาศเข้า (Airtight) ถ้าใช้ Screw Conveyor ต้องใส่ Discharge Conveyor ระหว่างก้นไซโคลน และ Screw Conveyor เพื่อกันไม่ให้อากาศเข้า

สำหรับท่อทางออกเป็นส่วนประกอบที่สำคัญในการออกแบบไซโคลนการใส่อุปกรณ์ Scroll หรือ Outlet Drum บนท่อทางออก (รูปที่ 2.7) จะช่วยลดการสูญเสียพลังงานของก๊าซที่หมุนวน ทำให้ความดันสูญเสียลดลงโดยไม่ทำให้ประสิทธิภาพลดลง

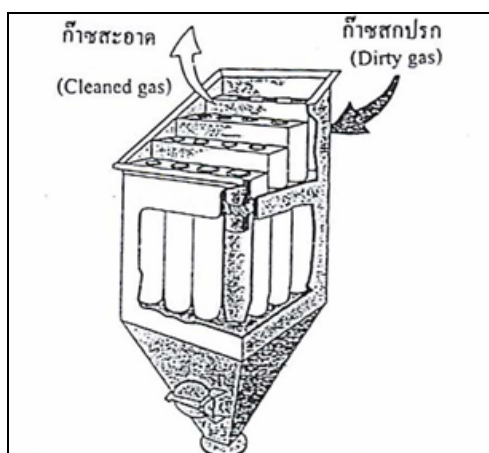


รูปที่ 2.7 แสดงลักษณะท่อทางออก (Out Let) ของไซโคลน

ไซโคลนที่ก๊าซไหลเข้าตามแนวแกนมักเป็นไซโคลนที่มีขนาดเล็ก ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงกว่าไซโคลนขนาดใหญ่ เนื่องจากกระแสก๊าซถูกหมุนในกระแสวน ขนาดเล็กกว่า ดังนั้นกระแสก๊าซมีค่าความเร็ว (Radial Velocity) สูงในไซโคลนขนาดเล็ก

ไซโคลนชนิดนี้มีทางก๊าซเข้าและออกในแนวแกนของไซโคลน กระแสก๊าซไหลเข้าสู่ไซโคลนโดยผ่านแผ่น Vane ทำให้เกิดการหมุนวน ซึ่งมีลักษณะเหมือนกับที่เกิดในไซโคลนขนาดใหญ่ คือก๊าซที่ไหลเข้าทำให้เกิดกระแสวนส่วนนอก (Outer Vortex) ซึ่งเคลื่อนที่ลงไปยังส่วนปลายโคน แล้วก๊าซหมุนกลับเป็นกระแสวนด้านใน (Inner Vortex) และเคลื่อนที่ผ่านท่อออกด้านบน

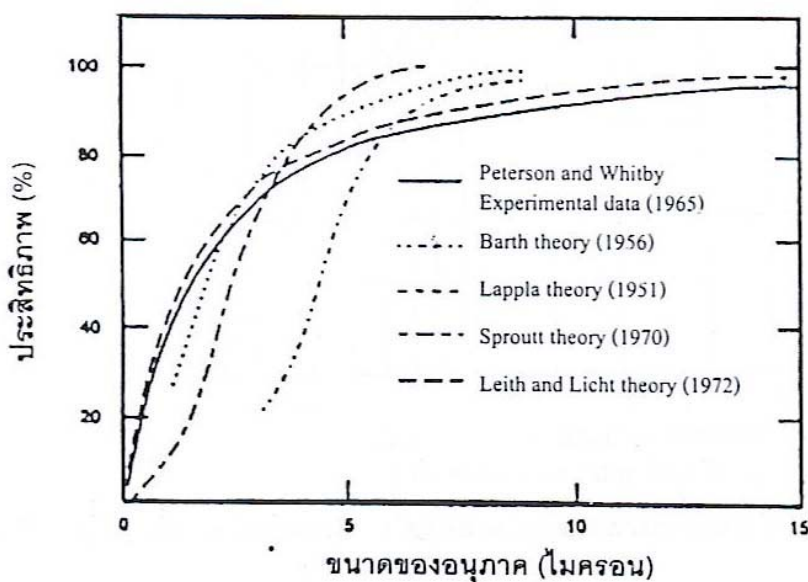
โดยทั่วไปใช้ไซโคลนขนาดเล็กชนิดนี้ (ขนาด 15-30 เซนติเมตร) หลายตัวมาต่อขนานกันเป็นมัลติไซโคลน (Multi-cyclones) (รูปที่ 2.8) เพื่อรองรับกระแสก๊าซที่มีอัตราการไหลสูง



รูปที่ 2.8 แสดงมัลติไซโคลน (Multi-cyclone)

### 2.1.3 ขนาดและรูปร่างของไซโคลน

โดยทั่วไปไซโคลนสามารถจับฝุ่นที่มีขนาด 10 ไมครอน หรือใหญ่กว่าได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยไซโคลนที่ใช้กันทั่วไปจับอนุภาคที่มีขนาดใหญ่กว่า 25 ไมครอนได้เกิน 90 % แต่ถ้าเป็นไซโคลนชนิดที่มีประสิทธิภาพสูงจะมีขนาดเล็กสามารถจับอนุภาคที่มีขนาดเล็กถึง 5 ไมครอน ได้อย่างมีประสิทธิภาพของการจับอนุภาคแยกตามขนาดที่เรียกว่าประสิทธิภาพย่อย (Grade or Fractional Collection Efficiency) ของไซโคลน 3 ชนิดคือ ไซโคลนที่มีประสิทธิภาพสูง (High Efficiency Cyclone) ไซโคลนที่ใช้กันทั่วไป (Conventional Cyclone) และไซโคลนที่รับอัตราการไหลสูง (High Volume Cyclone) ดังแสดงเป็นตัวอย่างดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.10 แสดงประสิทธิภาพของไซโคลนแยกตามขนาดของอนุภาค [11]

ขนาดและรูปร่างของไซโคลนมีหลายแบบ ตารางที่ 2.1 แสดงสัดส่วนของมาตรฐานชนิดต่าง ๆ เช่น ไซโคลนชนิด Lapple, Stairmand เป็นต้น



ตารางที่ 2.1 ลักษณะของไซโคลน

		ชนิดของไซโคลน					
		ไซโคลนชนิดประสิทธิภาพสูง		ไซโคลนชนิดที่ใช้กันทั่วไป		ไซโคลนชนิดรับก๊าซปริมาณมาก	
		(1)*	(2)	(3)**	(4)	(5)	(6)
ขนาดของตัวไซโคลน	D/D	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
ความสูงของท่อเข้า	H/D	0.5	0.44	0.5	0.5	0.75	0.8
ความกว้างของท่อเข้า	W/D	0.2	0.21	0.25	0.25	0.375	0.35
เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อก๊าซออก	$D_c/D$	0.5	0.4	0.5	0.5	0.75	0.75
ความยาวของท่อออก	S/D	0.5	0.5	0.625	0.6	0.875	0.85
ความยาวของตัวไซโคลน	$L_b/D$	1.5	1.4	2.0	1.75	1.5	1.7
ความยาวของส่วนโคน	$L_c/D$	2.5	2.5	2.0	2.0	2.5	2.0
เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อระบายฝุ่นออก	$D_d/D$	0.375	0.4	0.25	0.4	0.375	0.4

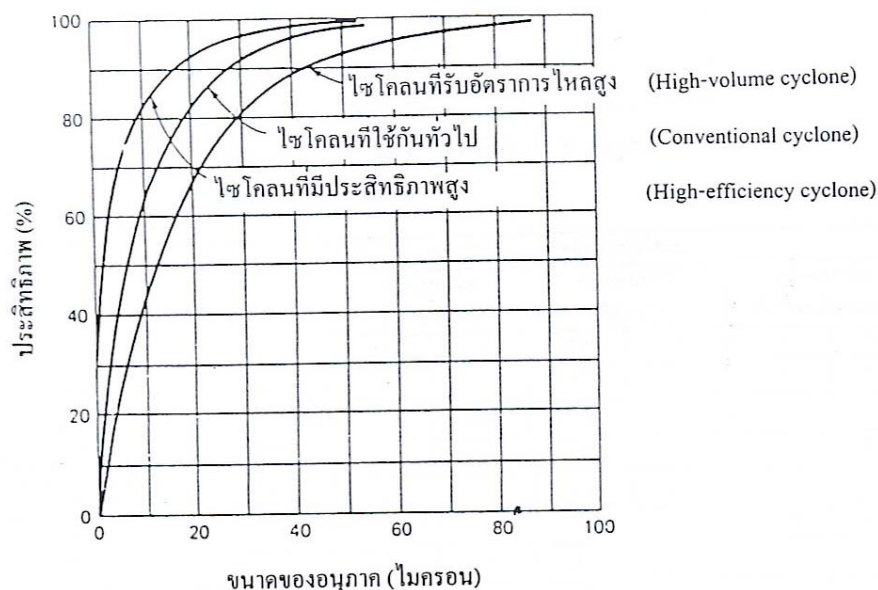
หมายเหตุ : \* Stairmand

\*\* Lapple

#### 2.1.4 ประสิทธิภาพของไซโคลน (Collection Efficiency)

ประสิทธิภาพในการจับอนุภาคเป็นฟังก์ชันกับขนาดของอนุภาค นั่นคือประสิทธิภาพในการจับอนุภาคขนาดใหญ่มีค่ามากกว่าของอนุภาคขนาดเล็ก ในการคำนวณประสิทธิภาพการจับฝุ่นขนาดหนึ่งทีเรียกว่าประสิทธิภาพย่อย (Grade or Fractional Efficiency) หาได้จากวิธี Semi-empirical ของ Lapple[11] หรือจากสมการทางทฤษฎี เช่น ทฤษฎีของ Leith และ Licht[11] หรือทฤษฎีอื่น ได้มีการเปรียบเทียบค่าที่คำนวณได้จากทฤษฎีเหล่านี้กับผลการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 2.11 ในที่นี้กล่าวถึงวิธีของ Lapple[11] และ Leith-Licht[11] ที่ใช้ในการหาประสิทธิภาพย่อยของไซโคลน ซึ่งนำไปหาค่าประสิทธิภาพรวมได้ เมื่อรู้ขนาดของอนุภาคในกระแสก๊าซที่ไหลเข้าสู่ไซโคลน





รูปที่ 2.11 แสดงการเปรียบเทียบค่าประสิทธิภาพของไซโคลนแยกตามขนาดของอนุภาคที่คำนวณได้จากทฤษฎีและการทดลอง[11]

(ก) วิธีของ Lapple[11]

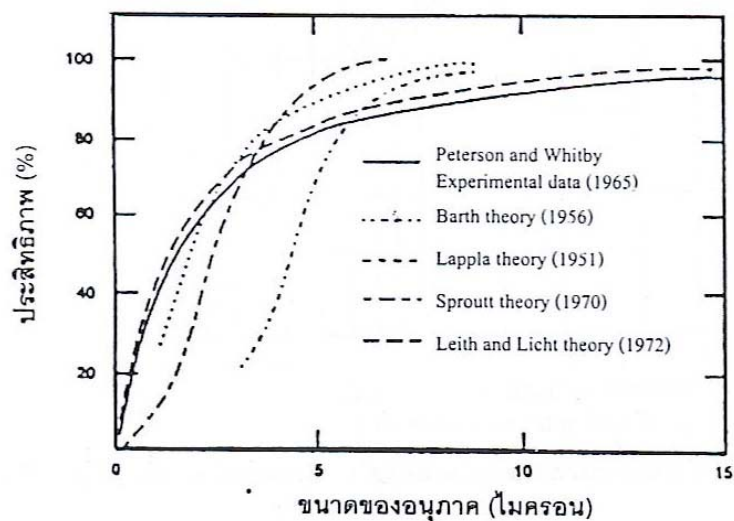
Lapple ใช้หลักการสมดุลของแรงเหวี่ยง และแรง Drag ที่กระทำในไซโคลนเพื่อคำนวณหาขนาดหน้าตัดของอนุภาค  $[d_p]_{cut}$  ซึ่งเป็นขนาดของอนุภาคที่ถูกแยกด้วยประสิทธิภาพ 50 % คำนวณได้จาก Lapple [11] ดังสมการ

$$[d_p]_{cut} = \sqrt{\frac{9\mu W}{2\pi N_e V_i (\rho_p - \rho_g)}} \quad (2.1)$$

ซึ่ง

- $\mu$  = ความหนืด, Pa.s
- $N_e$  = จำนวนรอบของการหมุนของก๊าซ  
(Effective Number of Turns) ปกติมีค่า 5 ถึง 10
- $V_i$  = ความเร็วของก๊าซเข้าสู่ไซโคลน, m/s
- $\rho_p$  = ความหนาแน่นของอนุภาค, kg/m<sup>3</sup>
- $\rho_g$  = ความหนาแน่นของก๊าซ, kg/m<sup>3</sup>
- $W$  = ความกว้างของท่อเข้า, m

Lapple ได้นำผลจากการทดลองของไซโคลนที่มีรูปร่างคล้ายกัน สรุปได้กราฟที่ใช้คำนวณหาประสิทธิภาพของไซโคลนในรูปของ Grade Efficiency (รูปที่ 2.12)



รูปที่ 2.12 แสดงประสิทธิภาพของไซโคลนกับอัตราส่วนของขนาดอนุภาค [11]  
สำหรับค่าประสิทธิภาพรวม หาได้จากสมการที่ 2.2

$$\eta = \sum \eta_i w_i \quad (2.2)$$

เมื่อ  $\eta$  = ประสิทธิภาพรวม

$\eta_i$  = ประสิทธิภาพในการจับอนุภาคในแต่ละช่วงขนาด

$w_i$  = % โดยน้ำหนักของอนุภาคในแต่ละช่วงขนาด

กราฟของ Lapple [11] ได้แปลงเป็นสมการที่ 2.3

$$\eta_j = \frac{1}{1 + d_{pcut} / d_{pj}} \quad (2.3)$$

โดย  $d_{pcut}$  = ขนาดตัดของอนุภาค

$d_{pj}$  = ขนาดของอนุภาค

$\eta_j$  = ประสิทธิภาพย่อยในช่วงขนาด  $d_{pj}$

ก) ทฤษฎีของ Leith และ Licht [11]

สมการที่ใช้คำนวณประสิทธิภาพย่อยได้จาก Leith และ Licht [11] ดังแสดงใน

สมการที่ 2.4

$$\eta_i = 1 - \exp[-2(c\psi)^{2n+2}] \quad (2.4)$$

โดย  $\eta_i$  = ประสิทธิภาพการเก็บฝุ่นขนาดหนึ่ง

$c$  = Cyclone Dimension Factor

$\psi$  = Impaction Parameter คำนวณจากสมการที่ 2.5

$n$  = Vortex Exponent

$$\psi = \frac{\rho_p d_p^2 v_g}{18\mu D} (n+1) \quad (2.5)$$

โดย	$d_p$	=	ขนาดของอนุภาค, cm
	$\rho_p$	=	ความหนาแน่นของอนุภาค, g/cm <sup>3</sup>
	$v_g$	=	ความเร็วของก๊าซเข้า, cm/s
	$\mu$	=	ความหนืดของก๊าซ, g/cm-s
	$D$	=	ขนาดของไซโคลน, cm

### 2.1.5 ผลของตัวแปรต่อสมรรถนะของไซโคลน

มีหลายปัจจัยที่มีผลต่อสมรรถนะของไซโคลน ได้แก่ ลักษณะของไซโคลน และลักษณะสมบัติของก๊าซ และอนุภาค ดังที่สรุปไว้ในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 ปัจจัยที่ผลต่อการเปลี่ยนแปลงสมรรถนะของไซโคลน

พารามิเตอร์	ความดันสูญเสีย	ประสิทธิภาพ
เพิ่มขนาดของไซโคลน	ลดลง	ลดลง
เพิ่มความยาวของส่วนทรงกระบอก และส่วนโคน	ลดลงเล็กน้อย	เพิ่มขึ้น
เพิ่มขนาดของอากาศออก	ลดลง	ลดลง
เพิ่มพื้นที่ที่อากาศเข้า	เพิ่มขึ้น	ลดลง
เพิ่มความเร็ว	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น
เพิ่มอุณหภูมิ	ลดลง	ลดลง
ความเข้มข้นของฝุ่นมากขึ้น	ยิ่งลดลง	เพิ่มขึ้น
เพิ่มขนาด และ/หรือ ความหนาแน่นของอนุภาค	ไม่มีผล	เพิ่มขึ้น

### 2.1.6 การตรวจสอบและการประเมินประสิทธิภาพของไซโคลน

ตารางที่ 2.3 แสดงการตรวจสอบและการประเมินประสิทธิภาพของไซโคลน

การตรวจสอบ	การประเมินประสิทธิภาพ
สภาพของอุปกรณ์	ตรวจสอบการสึกกร่อน การกัดกร่อนของไซโคลน
การสังเกตการระบายฝุ่นออกสู่ปล่อง	ถ้ามองเห็นได้ชัดว่ามีฝุ่นระบายออกทางปล่องมองเห็นได้ชัด (Visible Emission) แสดงว่าไซโคลนมีปัญหา
การสังเกตการณ์ฝุ่นฟุ้งกระจาย (Fugitive) ที่ปล่อยออกมาจากอุปกรณ์ที่ใช้ในการผลิต การขนย้ายวัสดุและกองวัสดุที่เก็บไว้	ฝุ่นฟุ้งกระจายที่ปล่อยออกมาจากบริเวณการผลิตอย่างน้อยที่สุดมีสาเหตุบางส่วนมาจากการไหลรั่วซึมของอากาศเข้าไปในท่อต่าง ๆ หรือตัวไซโคลนให้ตรวจสอบบริเวณกระบวนการผลิตและท่อต่าง ๆ อย่างละเอียด
การตรวจสอบการไหลซึมของอากาศ(Air Infiltration)เข้าไปในตัวไซโคลน ที่เก็บฝุ่นละออง (Hopper) วาล์วสำหรับปล่อยฝุ่นละอองที่ดักจับได้(Solid Discharge Valve) และท่อเข้า	ในกรณีที่ไม่ได้ใช้ไซโคลนดักฝุ่นที่เกิดจากกระบวนการเผาไหม้ให้เดินสำรวจรอบ ๆ อุปกรณ์และที่เก็บฝุ่นละอองว่ามีเสียงรอยรั่วเกิดขึ้นใกล้กับรอยเชื่อมท่อต่าง ๆ วาล์วสำหรับปล่อยฝุ่นละอองที่ดักจับได้และฝาครอบช่องทางหรือไม่
การวัดความดันสูญเสีย(Static Pressure Drop) ที่ทางเข้าและทางออกของไซโคลน	ความดันสูญเสียเป็นตัวบ่งชี้ถึงอัตราการไหลและความต้านทานต่อการไหลของก๊าซ <ul style="list-style-type: none"> <li>- ถ้าค่าความดันสูญเสียมีค่าสูงเกินกว่าปกติที่กำหนด แสดงว่าอาจเกิดการอุดตันขึ้น</li> <li>- ถ้าค่าความดันสูญเสียมีค่าต่ำกว่าปกติที่กำหนด แสดงว่าอัตราการไหลของก๊าซมีค่าลดลง หรือปะเก็นหรือท่อทางออกสึกกร่อน</li> </ul>
การวัดอุณหภูมิของก๊าซที่ทางเข้าและทางออก	ถ้าอุณหภูมิของท่อที่ทางเข้าและทางออกมีค่าต่างกันมาก จะเกิดการไหลซึมของอากาศอย่างรุนแรง
วาล์วสำหรับปล่อยฝุ่นละอองที่ดักจับได้	ตรวจสอบการเคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องและการเปิดออกอย่างต่อเนื่องของวาล์วสำหรับปล่อยฝุ่นละอองที่จับได้

## 2.2 The RNG k- $\varepsilon$ Model

RNG k- $\varepsilon$  turbulence Model เป็นสมการที่ได้มาจาก สมการ instantaneous Navier-Stokes วิธีการนี้จะให้ผลในโมเดลโดยที่ค่าคงที่ที่จะแตกต่างไปจากค่าที่อยู่ใน Standard k- $\varepsilon$  model และเทอมที่เพิ่มและฟังก์ชันในการสร้างสมการสำหรับ k และ  $\varepsilon$  ในการอธิบายเพื่อเพิ่มความเข้าใจให้มากขึ้นของ ทฤษฎี RNG และการนำไปประยุกต์ใช้ในการไหลแบบ Turbulence

### การสร้างสมการ RNG k- $\varepsilon$ Model

RNG k- $\varepsilon$  Model มีรูปแบบสมการที่เหมือนกับ the Standard k- $\varepsilon$  Model

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (2.7)$$

และ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + \\ C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon + S_\varepsilon \end{aligned} \quad (2.8)$$

ในสมการเหล่านี้  $G_k$  แทนการกำเนิดของพลังงานการไหลแบบ Turbulence เนื่องจาก the mean velocity gradients ซึ่งได้อธิบายการคำนวณไว้ในสมการที่ 2.7  $G_b$  คือการกำเนิดของพลังงานจลน์เนื่องจากการไหลแบบ Turbulence เนื่องจากการลอยตัว ซึ่งได้อธิบายการคำนวณไว้ในสมการที่ 2.8  $Y_M$  แทนการสนับสนุนของการขยายส่วนขึ้นลงใน การกอดัดของการไหลแบบ Turbulence ผู้จัดทำกรกระจายรวมดังที่แสดงการคำนวณไว้ในสมการที่ 2.9 ปริมาณของ  $\alpha_k$  และ  $\alpha_\varepsilon$  คือจำนวน Prandtl ของ k และ  $\varepsilon$  ตามลำดับ  $S_k$  และ  $S_\varepsilon$  คือ user-defined source terms

### 2.2.1 Modeling the Effective Viscosity

กระบวนการกำจัดมาตราส่วนในทฤษฎี RNG ให้ผลในสมการที่แตกต่างสำหรับ Turbulence viscosity

$$d \left( \frac{\rho^2}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \right) = 1.72 \frac{\nu}{\sqrt{\nu^3 - 1 + C_\nu}} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \text{ที่ซึ่ง} \quad \nu &= \mu_{eff} / \mu \\ C_\nu &= 100 \end{aligned}$$

ในขอบเขต High-Reynolds-number จะได้สมการ

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.10)$$

$C_\mu = 0.0845$  ซึ่งได้มาจากการใช้ทฤษฎี RNG เป็นที่สังเกตว่าค่า  $C_\mu$  นี้ใกล้เคียงกำหนดไว้ใน Standard k- $\varepsilon$  Model ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.09

### 2.2.2 RNG Swirl Modification

การไหลแบบ Turbulence โดยทั่วไปแล้วเป็นผลจากการหมุน หรือหมุนวนในการไหลหลัก RNG model ใน FLUENT มีสิ่งที่สามารถอธิบายผลกระทบของการไหลแบบ Swirl หรือ Rotation โดยการตัดแปลง Turbulence viscosity ที่เหมาะสม การตัดแปลงนี้ใช้รูปแบบดังต่อไปนี้

$$\mu_t = \mu_{tof} \left( \alpha_s, \Omega, \frac{k}{\varepsilon} \right) \quad (2.11)$$

ซึ่ง  $\mu_{t0}$  คือค่าของความหนืดแบบ Turbulence ซึ่งถูกคำนวณโดยไม่รวมการหมุนที่ใช้สมการที่ 2.9 หรือ 2.10,  $\Omega$  เป็น Characteristic Swirl Number หาค่าได้ใน FLUENT และ  $\alpha_s$  เป็นค่าคงที่ในการหมุนวนที่ให้ค่าต่างกันขึ้นอยู่กับว่าการไหลจะเป็นแบบ Swirl เป็น 0 ส่วนใหญ่ หรือ Swirl ใดๆ การตัดแปลงการไหลแบบ Swirl นี้มักจะมีผลต่อ Axisymmetric การไหลแบบ Swirl และ Three-dimensional Flows เมื่อมีการเลือก RNG model สำหรับการหมุนวนแบบค่อยๆ  $\alpha_s = 0.05$  และไม่สามารถปรับเปลี่ยนค่าได้และสำหรับการไหลหมุนวนแบบแรงสามารถเพิ่มค่า  $\alpha_s$  ขึ้นมากขึ้นได้

### 2.2.3 การคำนวณ Inverse Effective Prandtl Number

Inverse Effective Prandtl Number  $\alpha_k$  และ  $\alpha_e$  ถูกคำนวณโดยใช้สูตรจากทฤษฎี RNG ดังต่อไปนี้

$$\frac{|\alpha - 1.3929|^{0.6321}}{|\alpha_0 - 1.3929|} \frac{|\alpha - 2.3929|^{0.3679}}{|\alpha_0 + 2.3926|} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (2.12)$$

ซึ่ง  $\alpha_0 = 1.0$  ใน high-Reynolds-number limit ( $\mu_{mol} / \mu_{eff} \ll 1$ ),  $\alpha_k = \alpha_e \approx 1.393$

### 2.2.4 The $R_\varepsilon$ Term in the $\varepsilon$ Equation

ข้อแตกต่างหลักระหว่าง RNG และ Standard k- $\varepsilon$  model คือเงื่อนไขในเทอมที่เพิ่มใน  $\varepsilon$  Equation ที่ให้มาโดยที่

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} k \quad (2.14)$$

ซึ่ง

$$\eta \equiv Sk / \varepsilon, \eta_0 = 4.38, \beta = 0.012$$

ผลของเงื่อนไขใน RNG  $\varepsilon$  equation จะสามารถเข้าใจได้มากขึ้นโดยจัดเรียงสมการที่ 2.8 การใช้สมการที่ 2.14 เทอมที่ 3 และ 4 ในด้านขวามือในสมการที่ 2.8 อาจถูกรวมกัน และสามารถเขียนผลของสมการ  $\varepsilon$  equation ได้เป็น

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C1 \varepsilon \frac{\varepsilon}{k} (G_k + G_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.15)$$

ซึ่ง  $C_{2\varepsilon}^*$  ได้ให้โดย

$$C_{2\varepsilon}^* \equiv C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (2.16)$$

ในส่วนที่  $\eta < \eta_0$ , เทอม R ทำให้เกิดค่าบวก และ  $C_{2\varepsilon}^*$  จะมีค่ามากกว่า  $C_{2\varepsilon}$  เช่นในชั้น logarithmic สามารถแสดงได้ว่า  $\eta \approx 3$  โดยให้  $C_{2\varepsilon}^* \approx 2.0$  ซึ่งเป็นค่าที่ใกล้เคียงมากกับค่าของ  $C_{2\varepsilon}$  ใน Standard k- $\varepsilon$  model ดังนั้น สำหรับการไหลอ่อนๆ จนถึง การไหลแรงพอประมาณ RNG Model มักจะให้ผลที่สามารถเปรียบเทียบได้มากกว่า Standard k- $\varepsilon$  model

### 2.2.5 Model constants

$C_{1\varepsilon}$  และ  $C_{2\varepsilon}$  ในสมการที่ 2.8 มีค่าต่าง ๆ ที่ได้วิธีมาจาก ทฤษฎี RNG ซึ่งได้แก่

$$C_{1\varepsilon} = 1.42, C_{2\varepsilon} = 1.68$$



### 2.3 The Reynolds Stress Transport Equations

การสร้างสมการ RSM โดยละเอียดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u'_i u'_j})}_{\text{Local Time Derivative}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u'_k \overline{u'_i u'_j})}_{C_{ij} \equiv \text{Convection}} = \\
 & \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k} [\rho \overline{u'_i u'_j u'_k} + p(\delta_{kj} u'_i + \delta_{ik} u'_j)]}_{D_{T,ij} \equiv \text{Turbulent Diffusion}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \mu \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \right]}_{D_{L,ij} \equiv \text{Molecular Diffusion}} \\
 & \underbrace{-\rho \left( \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{P_{ij} \equiv \text{Stress Production}} - \underbrace{\rho \beta (g_i \overline{u'_j \theta} + g_j \overline{u'_i \theta})}_{G_{ij} \equiv \text{Buoyancy Production}} \\
 & + \underbrace{p \left( \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)}_{\phi_{ij} \equiv \text{Pressure Strain}} - \underbrace{2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}}_{\varepsilon_{ij} \equiv \text{Dissipation}} \\
 & \underbrace{-2\rho \Omega_k (\overline{u'_j u'_m} \varepsilon_{ikm} + \overline{u'_i u'_m} \varepsilon_{jkm})}_{F_{ij} \equiv \text{Production by System Rotation}} + \underbrace{S_{user}}_{\text{User-Defined Source Term}}
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

ทั้งหมดของ เทอมที่ผันแปรในสมการที่แท้จริงเหล่านี้  $C_{ij}$ ,  $D_{L,ij}$ ,  $P_{ij}$ , และ  $F_{ij}$  ไม่จำเป็นที่จะต้องสร้างแบบจำลองอย่างไรก็ตาม  $D_{T,ij}$ ,  $G_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$  และ  $\varepsilon_{ij}$  ยังจำเป็นที่จะต้องมีการปิดสมการผลกระทบที่ติดตามมาในส่วนของคำอธิบายในสมมุติฐานของแบบจำลองจำเป็นที่จะต้องปิดด้วยสมการที่กำหนดไว้

### 2.3.1 Modeling Turbulent Diffusive Transport

$D_{T,ij}$  สามารถสร้างโดย gradient-diffusion model ทัวไปของ Daly and Harlow

$$D_{T,ij} = C_8 \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \rho \frac{\overline{k u'_k u'_l}}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u'_l u'_j}}{\partial x_l} \right) \quad (2.18)$$

อย่างไรก็ตามสมการสามารถแสดงผลในจำนวนที่ไม่แน่นอน อย่างไรก็ตามมันแก้ไขได้ใน FLUENT เพื่อใช้สมการตามข้างล่าง

$$D_{T,ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \overline{u'_l u'_j}}{\partial x_k} \right) \quad (2.19)$$

Lien and Leschziner ได้กำหนดให้ค่าของ  $\sigma_k = 0.82$  โดยการประยุกต์ gradient-diffusion model ทัวไปและ ค่า  $\sigma_k$  แตกต่างจากค่าใน standard and realizable  $k$ - $\varepsilon$  models ซึ่งเท่ากับ 1

### 2.3.2 Modeling the Pressure-Strain Term

จากที่ไม่สามารถปฏิบัติได้ใน FLUENT, pressure-strain term,  $\phi_{ij}$  ในสมการที่ 2.17 ถูกจำลองเพื่อเสนอที่เหมือนกันโดย Gibson and Launder, Fu et al, and Launde

การจำลอง  $\phi_{ij}$  ถูกจำแนกได้ตามข้างล่าง

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (2.20)$$

ซึ่ง  $\phi_{ij,1}$  เป็น Slow pressure-strain term  $\phi_{ij,2}$  ถูกเรียกว่า rapid pressure-strain term และ  $\phi_{ij,3}$  คือ wall-reflection term.

Slow pressure-strain term  $\phi_{ij,1}$  ถูกจำลองตาม

$$\phi_{ij,1} \equiv -C_1 \rho \frac{\varepsilon}{k} \left[ \overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right] \quad (2.21)$$

โดย  $C_1 = 1.8$

Pressure-strain term,  $\phi_{ij,2}$  ถูกจำลองโดย

$$\phi_{ij,2} \equiv -C_2 \left[ (P_{ij} + F_{ij} + G_{ij} - C_{ij}) - \frac{2}{3} \delta_{ij} (P - G - C) \right] \quad (2.22)$$

$C_2 = 0.60$ ,  $P_{ij}$ ,  $F_{ij}$ ,  $G_{ij}$ , and  $C_{ij}$  ถูกหาในสมการ 2.17

$$P = \frac{1}{2} P_{kk} \quad G = \frac{1}{2} G_{kk} \quad C = \frac{1}{2} C_{kk}$$

Wall-reflection term,  $\phi_{ij,3}$  เป็นต้นเหตุของการกระจายกลับของ normal stresses ใกล้ผนัง ซึ่งถูกจำลองตาม

$$\begin{aligned} \phi_{ij,3} \equiv & C'_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u'_k u'_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_i u'_k n_j n_k} - \frac{3}{2} \overline{u'_j u'_k n_i n_k} \right) \frac{k^{3/2}}{C_l \varepsilon d} \\ & + C'_2 \left( \phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_j n_k - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_i n_k \right) \frac{k^{3/2}}{C_l \varepsilon d} \end{aligned} \quad (2.23)$$

$C'_1 = 0.5$ ,  $C'_2 = 0.3$ ,  $n_k$  เป็นส่วนประกอบ  $x_k$  ของ unit normal ที่ผนัง,  $d$  เป็น normal distance ที่ผนัง

$$C_l = C_\mu^{3/4} / k$$

ซึ่ง

$$C_\mu = 0.09$$

และ  $\kappa$  คือ Von Kármán constant (= 0.4187).  $\phi_{ijw}$  นั้นถูกประกอบไว้ใน Reynolds stress model

### 2.3.3 Low-Re Modifications to the Linear Pressure-Strain Model

เมื่อ RSM นั้นถูกประยุกต์ให้เข้ากับการไหลใกล้ผนัง ใช้ผนังที่เรียบมากขึ้น pressure-strain model ต้องได้รับการจำลอง การจำลองถูกใช้ใน FLUENT ปริมาณจำเพาะ  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C'_1$ , และ  $C'_2$  ดังนั้น ฟังก์ชันของ Reynolds stress invariants และ Turbulent Reynolds number ฉะนั้นการเกิดของ Launder and Shima คือ

$$C_1 = 1 + 2.58A\sqrt{A_2} \left\{ 1 - \exp\left[-(0.0067 \text{Re}_t)^2\right] \right\} \quad (2.24)$$

$$C_2 = 0.75\sqrt{A} \quad (2.25)$$

$$C'_1 = -\frac{2}{3}C_1 + 1.67 \quad (2.26)$$

$$C'_2 = \max \left[ \frac{\frac{2}{3}C_2 - \frac{1}{6}, 0}{C_2} \right] \quad (2.27)$$

โดย turbulent Reynolds number ถูกกำหนดให้เป็น  $\text{Re}_t = (\rho k^2 / \mu \varepsilon)$  ค่าคงที่ A และ  $A_2$ ,  $A_3$  ถูกกำหนดข้างล่าง

$$A \equiv \left[ 1 - \frac{9}{8}(A_2 - A_3) \right] \quad (2.29)$$

$$A_2 \equiv a_{ik} a_{ki} \quad (2.30)$$

$$A_3 \equiv a_{ik} a_{kj} a_{ji} \quad (2.31)$$

$a_{ij}$  คือ the Reynolds-stress anisotropy tensor กำหนดเป็น

$$a_{ij} = - \left( \frac{-\rho \overline{u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{\rho k} \right) \quad (2.32)$$

### 2.3.4 Quadratic Pressure-Strain Model

Model สามารถเขียนได้ตามข้างล่าง

$$\begin{aligned} \phi_{ij} = & -(C_1 \rho \varepsilon + C_1^* P) b_{ij} + C_2 \rho \varepsilon \left( b_{ik} b_{kj} - \frac{1}{3} b_{mn} b_{mn} \delta_{ij} \right) \\ & + (C_3 - C_3^* \sqrt{b_{ij} b_{ij}}) \rho k S_{ij} \\ & + C_4 \rho k \left( b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{mn} S_{mn} \delta_{ij} \right) \\ & + C_5 \rho k (b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

ซึ่ง  $b_{ij}$  คือ Reynolds-stress anisotropy tensor ได้กำหนดตามข้างล่าง

$$b_{ij} = - \left( \frac{-\overline{\rho u'_i u'_j} + \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}}{2\rho k} \right) \quad (2.34)$$

อัตราความเครียดหลัก,  $S_{ij}$  ได้ถูกกำหนดไว้ข้างล่าง

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.35)$$

mean rate-of-rotation tensor,  $\Omega_{ij}$  ถูกกำหนดโดย

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.36)$$

ค่าคงที่คือ

$$C_1 = 3.4, C_1^* = 1.8, C_2 = 4.2, C_3 = 0.8, C_3^* = 1.3, C_4 = 1.25, C_5 = 0.4$$

### 2.3.5 Effects of Buoyancy on Turbulence

เทอมผลผลิตเกิดขึ้นด้วย buoyancy ถูกจำลองโดย

$$G_{ij} = \beta \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \left( g_i \frac{\partial T}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.37)$$

ซึ่ง Pr คือ turbulent Prandtl number for energy โดยมีค่าเท่ากับ 0.85

การนิยาม สัมประสิทธิ์ของการขยายตัวทางความร้อน ( $\beta$ ) กำหนดให้เป็น

$$\beta = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.38)$$

ข้างล่างได้แสดงสมการ  $G_{ij}$  สำหรับ ideal gases

$$G_{ij} = - \frac{\mu_t}{\rho \text{Pr}_t} \left( g_i \frac{\partial \rho}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right) \quad (2.39)$$